

Lyc.o.
57

Lyc. o. 57

ARITHMETICA PRACTICA.

Facili Discientium usui

Accommodata & Explicata

Heidelbergæ 1726.

Ex Typographejo Elect. Aulico - Acad.
Per Andream Hörth.







PARS PRIMA.

ARITHMETICA.

ARITHMETICA hîc exhibetur in quinque speciebus, Universalis, quod artem concernit, Particularis quoad modum. In quinque speciebus, quæ sunt Numeratio, Additio, Subtractio, Multiplicatio, Divisio, continetur totum artificium numerorum, omnia reliqua consistunt in modo has species applicandi, quarum praxes diversissimæ, iis Matheſeos partibus præfigentur, in quibus earundem usus exigitur. Hîc ab initio hoc solum necessarium est; ut quinque memoratæ species in numeris fractis & integris explicentur cûm eo modo, quo Regulæ Proportionis, sive Trium, ut vocari solet, applicari possint, quorum perfecta notitia viam facilem monstrabit ad reliquarum regularum cognitionem & praxin.

CAPUT I.

De Figuris Arithmeticis, & earundem valore.

1. **F**iguræ Arithmeticae sunt novem, quæ signis sequentibus scribuntur: 1. 2. 3. 4. 5. 6. 7. 8. 9. quibus alia insuper additur, quæ Zyphra, sive nulla appellatur, exprimiturque per hanc figuram: 0. Prioræ Figuræ per se significant numerum, cujus Unitas tantum initium est; posterior per se nihil significat, sed aliis addita valorem auget. Igitur per vocem *Figura* impofterum una ex primis novem intelligetur, per vocem *Zyphra* verò c. sive nulla.

2. Figura quævis seorsim posita significat, uti sonat, sic 3. significat tria, & 7. septem & hoc ipsum significant, si cum aliis figuris ponantur quando nullam aliam figuram post se habent, uti in isto numero 27. 7. septem significat.

3. Si plures figuræ ponantur continuæ. V. g. 7 8 5 3 8. ultima versus dextram scribentis se ipsam significat semel, sive tot unitates, quot continet; sic octo significat 8. Figura 3. quæ 8. immediatè præcedit, se ipsam significat decies, sive significat tot decades, quot continet unitates; scilicet 3. in hoc situ significat triginta, quia decies tria fa-

ciunt triginta; hinc istæ duæ figuræ 38. valent triginta octo. Tertia Figura 5. quæ duas ultimas 38. præcedit, se ipsam significat centies, sive toties significat centum, quot continet unitates. Scilicet figura 5. significat quingenta, unde hæ tres figuræ 538. valent quingenta triginta octo. Quarta Figura 8. seipsam significat millies, sive significat tot millia, quot continet unitates, scilicet 8. valet octo millia & hæ quatuor Figuræ simul octo millia, quingenta, triginta octo. Quinta Figura seipsam significat iterum decies sed simul cum millibus, quæ post ipsam sunt, hinc Figura 7. significat septuaginta, & quia octo millia post ipsam posita sunt, significat septuaginta millia, & totus denique numerus valet: septuaginta octo millia, quingenta, triginta octo.

4. Si plures Figuræ versus sinistram ponantur, sexta se ipsam significat centies, & septima millies, simul cum millibus post ipsas positis, quia sicut numerus primus 8. incipit à simplici unitate, quam octies significat, ita figura quarta à simplici unitate numeri milleni, quem octies significat, & sic iterum ab hac numerando ad quartam fiunt millena millia. Ut in numero 3 4 7 8 5 3 8. qui valet ter mille millia, quadringenta septuaginta octo millia quingenta triginta octo. Et

si Figuræ adhuc magis augeantur versus sinistram, semper proximus se ipsum significat decies, alter centies, tertius millies cum millibus sequentibus. Quod in ipsa specie Numerationis clariùs patebit.

CAPUT II.

De Numeratione.

Numerare, est valorem numeri exprimere, sive determinare, quot unitates Figuræ arithmeticæ juxta se positæ contineant.

1. Si Figuræ sunt paucae, tres, vel quatuor tantum, facile erit, illum numerum pronuntiare juxta dicta Cap. præced. cum enim ultima Figura se ipsam significet semel, secunda decies, tertia centies, quarta millies. v. g. 8433, dico: octo millia quadringenta triginta tria. Majorem difficultatem habere videtur, si Figuræ ita multiplicentur, ut magnam seriem constituent, v. g. decem, duodecim, aut plurium figurarum. 3 7 8 9 2 8 5 3 3. sed apparens tantum difficultas est, cum hoc ipso, quod tres vel quatuor figuras exprimere possis, ingentem etiam seriem facile pronuntiabis, si sequentem modum observes.

2. Ponamus numerum positum esse pronuntiandum 3 7 8 9 2 8 5 3 3. In-
cipe

cipe à dextra versus sinistram numerare figuras dicendo : Unum, decem, centum mille, Talis, est enim valor figurarum. Hanc, quæ se ipsam centies significat, nota puncto infra posito, illam verò, quæ se ipsam significat millies puncto supra notato, ut vides factum in figuris 8 5. Deinde ab eadem

figura 8, quæ se ipsam significat semel in millibus, progredere dicendo : unum, decem, centum, mille ; & signa modo dicto figuras 8 9. Iterum à figura 8, quæ se in hoc situ significat in millenis millibus, progredere usque ad figurā. 3 quæ se ipsam significat centies in millenis millibus. Et sic procedendum in numero plurium figurarum, donec totus secundum omnes figuras signandas notatus sit, semper incipiendo ab eo, qui puncto superiore notatus est.

3. Figuris ita notatis, assume figuram ultimam versus sinistram puncto superiore notatam cum figuris eam præcedentibus, quas pronuntiabis, ac si hæ figuræ solæ positæ essent. v. g. In posito exemplo ultima figura puncto superiore notata est 8, quam præcedunt duæ figuræ 3 7, simul ergo positæ sunt 3 7 8. sive trecenties septuagies octies millena millia, cum hæc figura 8 in hoc situ

se ipsam significet in millenis millibus. Deinde assume tres sequentes figuras 9 2 8, quas iterum pronuntiabis ac si solæ essent, scilicet: nongenta viginti octo millia, quia figura in hoc situ simpliciter significat millia, sive se ipsam millies; Denique progredieris ad figuras 5 3 5. quas iterum solas pronuntias, & simpliciter quidem: quingenta, triginta quinque. Totus itaque numerus in una serie pronuntiatus est: Trecenties septuagies octies millena millia nongenta viginti octo millia, quingenta triginta quinque. Si series Figurarum major sit, semper ad punctum supra notatum dicitur, millies in penultimo dicitur: millena & in ultimo puncto superiore dicitur millia ut in hoc numero.

5 8 3 2 5 3 7 8 9 2 8 5 3 5.

Dicitur: Quinquagies octies millies, milles millena millia; Trecenties vigesies quinquies millies millena millia. Reliqua ut supra.

Si autem simpliciter & substantivè per millia exprimere velis; dicis: Quinquaginta octo millia millium, millium, millium. Trecenta viginti quinque millia millium, millium, trecenta septuaginta octo millia millium, nongenta viginti octo millia, quingenta triginta quinque.

Ex hoc colligere potes, quòd qui tres Figuras pronunciare novit, numerum quoq, maximum exprimere possit, quia nunquam plures, quam tres figuræ simul exprimuntur additis millibus, & millibus millium, quæ superioribus punctis notantur.

Insuper bene observandum, quod figura superiore puncto notata, nunquam debeat exprimi cum figura sequente, & si hanc nulla alia præcedat, simpliciter ab ea incipiendi m ut in hoc exemplo: $\overset{\cdot}{8} \overset{\cdot}{9} \overset{\cdot}{2} \overset{\cdot}{8} \overset{\cdot}{5} \overset{\cdot}{3} \overset{\cdot}{5}$. dicitur octies millena millia, &c. non autem $\overset{\cdot}{8} \overset{\cdot}{9}$, octoginta novem.

4. Si in numero aliquo Zyphræ intercurrunt, observanda sunt sequentia. Primò. Quando in membro aliquo primo loco versus sinistram ponuntur, perinde ad pronuntiationem se habent, ac si non adessent. Si verò secundo & tertio loco ponantur, & habent ante se figuram, cum ipsa pronuntiantur more solito. Secundò, si tertia quoque puncto supericre notata sit Zyphra, illud membrum in pronuntiatione prorsus omittitur, Sit v.g. numerus

$\overset{\cdot}{3} \overset{\cdot}{0} \overset{\cdot}{0} \overset{\cdot}{5} \overset{\cdot}{0} \overset{\cdot}{0} \overset{\cdot}{0} \overset{\cdot}{0} \overset{\cdot}{0} \overset{\cdot}{2} \overset{\cdot}{6} \overset{\cdot}{0} \overset{\cdot}{0} \overset{\cdot}{3}$.

Qui sic pronuntiatur: trigesies millies millies millena millia, quinquages millies millena millia, viginti sex millia, & tria,

Capitulum II.

5. Numeri majores facilius & velocius exprimuntur per milliones, millio autem idem est ac millena millia, quod fit modo sequenti. Unus millio continet septem notas Arithmeticas, sive Figuræ illæ sint, sive Zyphræ, modò prima versus sinistram sit figura adeoque sicut in modo numerandi priore per millia semper quartam signare oportet puncto superiore, sic in modo numerandi per milliones, semper septima notanda est, & tunc figuræ intermediae simul pronuntiantur. Sit exemplum.

5 8 3 1 2 9 4 6 1 2 9 5 3 2 8.

Hic numerus per milliones sic exprimitur. Quingenti octoginta tres milliones millionum; centum viginti novem millia, quadringenti sexaginta unus milliones, ducenta nonaginta quinque millia, trecenta viginti octo. Hoc modo enim debent semper exprimi sex figuræ, quod facile erit illi, qui modum numerandi per millia intelligit, hoc siquidem hìc supponitur.

6. Modus etiam scribendi maximum numerum facilis est, imò velocius scribi potest, quam ab altero dictari, quia in singulis pronuntiationibus tres tantum figuræ scribuntur. Sit numerus

5 8 3 4 5 2 7 9 5 8 3 2 1.

Scri.

Scribendus altero dictante. Hic ergo sic pronuntiabit, quinque millia millium millium millium, vel quinquies millies millies millena millia. Scribe solam figuram f & quoties millies millena, aut millia dicit, semper nota punctum, in tali tamen spatio, ut tres figuræ sequentes interferi possint, v. g.

$\text{f} \quad \cdot \quad \cdot \quad \cdot$

Perget alter dictare octingenties trigesies quater millies millena millia, vel octingenta triginta quatuor millia millium millium, scribis solam 834.

$\text{f} \quad \text{8} \quad \text{3} \quad \text{4} \quad \cdot \quad \cdot$

Altero pergente: quingenties vigesies septies millena millia, scribis $\text{f} \text{27}$.

$\text{f} \quad \text{8} \quad \text{3} \quad \text{4} \quad \text{f} \quad \text{2} \quad \text{7} \quad \cdot$

Iterum dictante: nongenta quinquaginta octo millia scribis 958.

$\text{f} \quad \text{8} \quad \text{2} \quad \text{4} \quad \text{f} \quad \text{2} \quad \text{7} \quad \text{9} \quad \text{f} \quad \text{8}$

Denique dum dicit: trecenta viginti unum, scribis 321.

$\text{f} \quad \text{8} \quad \text{3} \quad \text{4} \quad \text{f} \quad \text{2} \quad \text{7} \quad \text{9} \quad \text{f} \quad \text{8} \quad \text{3} \quad \text{2} \quad \text{1} \quad \cdot$

Et sic absolvitur praxis perfectè numerandi & numeros scribendi.

CAPUT III.

De Additione.

Addere est plures numeros in unam summam colligere. Unde additio est plurium summarum minorum in unam summam maiorem collectio, quæ valore suo omnibus summis minoribus simul sumptis æquivalet. V. G. Oeconomus primâ septimana à Domino suo accepit 2345. fl. secundâ 315. tertiâ. 213. quartâ 1225. quæritur, quot fl. acceperit per totum mensem, scilicet 4098, quæ summa æquivalet quatuor prioribus, sive continet tot unitates, quot in prioribus continentur.

2. Praxis plures numeros in unum colligendi hæc est. Sint addendi numeri 2455. & 7823, colloca istos numeros immediatè supra se invicem

2455,

7823.

Deinde subductâ lineâ, incipe ab ultima figura versus dexteram, & adde duas ultimas figuras supra se invicem positas dicendo : tria & quinque sunt 8.

2455.

7823.

8

quæ

Quæ figura scribitur infra lineam, & ipsas figuras, quæ additæ sunt.

Iterum dicis versus sinistram progrediendo 2 & 5 sunt 7. quam figuram 7. scribis sub linea & figuris additis

$$2455.$$

$$7823.$$

$$78.$$

Ulteriùs dicis 8 & 4 sunt duodecim ; Ubi Notandum quod non scribenda sit utraque figura ex 12. sed tantum ultima versus dextram, qualis in 12 est 2. scribis igitur sub linea & figuris additis 2

$$2455.$$

$$7823.$$

$$278$$

Unitas autem servanda est ex 12 addenda numero sequenti, dum dicis 7 & 2 sunt novem, cui si unitatem ex numero 12. addis sunt 10. quæ scribis sub linea

$$2455.$$

$$7823.$$

$$10278.$$

Tota itaque summa numerorum additorum est, decem millia ducenta septuaginta octo. Quæ æquivalet his : duo millia quadringenta quinquaginta quinque, & septem millia octingenta viginti tria.

Ratio

Ratio autem, quare, si ex figuris additis oriatur figura duplex, uti ex 8 & 4 oritur 12, tantum una figura scribenda sit, est, quia 8 in eo situ significat octingenta, & 4 quadringenta, quæ simul faciunt mille ducenta, consequenter unitas illa debet eo loco reponi, ubi se ipsam significat millies, non eo loco, ubi figura se ipsam significat centies.

Si autem nullæ figuræ addendæ supersunt, scribuntur ambæ figuræ, quia tunc secunda venit ad locum, ad quem pertinet secundum suam significationem, ut vides factum in exemplo posito, ubi 7 & 2 faciunt novem, & cum unitate ex priore relicta 10, qui numerus totus scribendus erat, quia plures figuræ addendæ non supersunt.

2. Eadem methodus servanda est, si series numerorum addendorum sint plures, ut in exemplo:

$$\begin{array}{r}
 5 \ 2 \ 3 \ 4 \\
 3 \ 4 \ 8 \ 2 \\
 5 \ 6 \ 4 \ 3 \\
 7 \ 9 \ 8 \ 6 \\
 \hline
 2 \ 2 \ 3 \ 4 \ 5
 \end{array}$$

Omnes figuræ sibi invicem superpositæ addendæ sunt.

3. Si numeri addendi in figuris sint inæquales. Unus figurarum sex, alter trium &c.

Haec

Hæ supra se invicem scribi debent, ut defectus semper sit versus sinistram.

$$\begin{array}{r}
 523456 \\
 217 \\
 3821 \\
 37 \\
 \hline
 527531
 \end{array}$$

4. Si Zyphræ interveniant, perinde est, ac si non adessent.

$$\begin{array}{r}
 5704 \\
 3027 \\
 4930 \\
 \hline
 13661
 \end{array}$$

5. Si sit integra series Zyphrarum supra se positarum, scribitur Zyphra

$$\begin{array}{r}
 5030 \\
 6040 \\
 4010 \\
 \hline
 15080
 \end{array}$$

6. Si totam seriem Zyphrarum præcedant tales figuræ quæ ad se invicem additæ faciunt numerum duarum figurarum posterior figura subscribitur Zyphris. In Exemplo

$$\begin{array}{r}
 4082 \\
 5051 \\
 2032 \\
 \hline
 11165
 \end{array}$$

4. Si

6. Si series numerorum addendorum quandoque sunt nimis multæ operatio facilior erit, si istas series dividas in duas, aut etiam tres partes, sit v. g. Numerus A. B. C.

A	240	D	240	588
	578		578	119
	239		239	279
	459		459	189
	218		218	298
	347		347	239
B	587		587	457
	588			
	119		2668	2169
	279			
	189			2668
	298			2169
	239			
C	457	E		4837
	4837			

Si series numerorum ab A & B & à B ad C seorsim addas, & deinde duas summas provenientes per novam additionem in unam colligas, habebis summam totius.

7. Denique observandum, quod si in additione figuræ omnes simul conjungantur & numerus perveniat ad centesimum vel ultrà, ut tribus figuris constet, ultima versus dextram scribitur sub serie ultima DE. Secunda additur seriei proximæ, & tertia tertiæ.

Vide Numerum præcedentem. Si enim figuras ab E ad D addideris; habebis 107, ubi septem scribis sub serie ED. Et quia sequitur Zyphra, mediæ seriei nihil apponitur. In serie autem A B C apponi debent 7. ex media serie relicta, & unitas ex 107, quod facit 8. Debebis igitur sic progredi ad seriem A B C. 8. & 4 sunt 12, & 2 sunt 14, &c.

CAPUT IV.

De Subtractione.

1. SUBtractio docet numerum minorem è majori subtrahere ut constet numerus residuus. V. G. Collector colligendo census accepit 5258. Florenos. In via autem pro Domino solvit debitum 2132. flor. quæritur quot florenos habeat residuos.

2. Operatio sic instituitur: scribitur primò numerus major integer, & sub hoc scribitur numerus subtrahendus minor, subductâ lineâ,

$$5258$$

$$2132$$

Deinde incipis ab ultima figura versus dextram, & subtrahis figuram inferiorem à superiore: 2 ab 8 subtracta relinquunt 6. quam figuram infra scribis.

$$\begin{array}{r}
 5258 \\
 2132 \\
 \hline
 6
 \end{array}$$

Ità versus sinistram pergis. 3 à 5 relinquunt 2.

$$\begin{array}{r}
 5258 \\
 2132 \\
 \hline
 26
 \end{array}$$

Et sic transis usque ad ultimas figuras, semper subscribendo residuum ex singulis figuris relictum. 1 à 2 relinquit 1, 2 à 5 relinquunt 3.

$$\begin{array}{r}
 5258 \\
 2132 \\
 \hline
 3126
 \end{array}$$

Numerus lineæ subscriptus est residuum illud quod quærebatur. Scilicet 3126. floreni.

3. Pro hac operatione notanda sunt sequentia.

Primò. Si figura superior sit minor, quàm inferior ut in Exemplo.

$$\begin{array}{r}
 5283 \\
 4736 \\
 \hline
 5471
 \end{array}$$

6 à 3 subtrahi non potest. Sumenda ergo unitas ex præcedente figura 8, quæ unitas cum

cùm se decies significet, addita figuræ 3. facit 13. itaque 6 à 13. subtracta relinquunt 7. Nec postea dicere poteris: 3 ab 8; nam cum à figura 8. unitas sublata sit, valet 7, itaque 3 à 7 relinquunt 4. Item consequenter 7 à 12 relinquunt 5. & cum sic figura 5. etiam unitatem amiserit 4 à 4 relinquunt nihil.

Secundò. Si plures unitates continuæ ponantur, ut in Exemplo:

$$\begin{array}{r} 5 \text{ I I I} \\ 3 \text{ 4 5 6} \\ \hline 1 \text{ 6 5 5} \end{array}$$

Dicis: 6 ab 11 relinquunt 5. Et cum secunda unitas jam primæ fuerit addita, ut conficeretur numerus 11, in locum ejus intelligitur substituta Zyphra, adeoque secundò dicis: 5 à 10 relinquunt 5. sic consequenter 4 à 10 relinquunt 6. & denique 3 à 4 relinquunt 1.

Tertiò. Si plures Zyphræ continuæ ponantur, ut in Exemplo:

$$\begin{array}{r} 7 \text{ 3 0 0 1} \\ 2 \text{ 4 5 2 3} \\ \hline 4 \text{ 8 4 7 8} \end{array}$$

Cùm non possint subtrahi 3 ab 1, & Zyphræ præcedentes valorem in se non contineant, recedendum est ad proximam figuram, quæ in exemplo posito est 3. Ex qua sumitur uni-

tas, quæ addita priori Zyphræ facit 10. Ex his 10 unitas iterum additur Zyphræ posteriori, facit iterum decem; Denique ex his 10 iterum unitas præfigitur ultimæ unitati, & fiunt 11. Dicis ergo, 3 ab 11 relinquunt 8. 2 à 9 relinquunt 7. cum enim ex numero 10 unitas sublata sit, valet 9. Ulterius 5 à 9 relinquunt 4. 4 à 12 relinquunt 8. 2 à 6 relinquunt 4.

Quartò. Si unitates & Zyphræ inter se misceantur, ut in Exemplo:

$$\begin{array}{r}
 301010 \\
 135232 \\
 \hline
 165778
 \end{array}$$

observandum est, quòd ubicunque fuit unitas, subtractio fiat à 10, & ubi fuit Zyphra, subtractio fiat à 9. Ultimâ Zyphrâ versus dextram exceptâ, quæ cum priori unitate facit 10. Sic in posito Exemplo subtractio fit: 2 à 10 relinquunt 8. 3 à 10. 7. 2 à 9. 7. Ulterius 5 à 10 relinquunt 5. 3 à 9. 6. 1 à 2. 1.

Quintò. Si Zyphra à Zyphra subtrahenda est, scribitur infra lineam Zyphra. Si verò Zyphra à figura, scribitur ipsa figura, quia Zyphra nihil subtrahit, ut in Exemplo:

$$\begin{array}{r}
 4593 \\
 2001 \\
 \hline
 2592
 \end{array}$$

CAPUT

CAPUT V.

De Multiplicatione.

I.

Multiplicare est numerum unum in alterum ducere, sive cum numerum ponere, in quo multiplicandus toties contineatur, quot multiplicator continet unitates. v. g. Collector pro Domino suo per sex menses collegit singulis mensibus 2854. flor. quaeritur qualis sit Summa omnium collectorum.

2. Multiplicandus numerus ille dicitur, qui per alterum augeri debet, qualis est numerus modò positus 2854. Multiplicator est, per quem numerus augetur, qualis est 6, cum enim sexies acceperit 2854 flor., debet ille numerus per 6 multiplicari. Illa Summa, quæ deinde provenit, est & dicitur productum, quale est, si sexies sumas 2854. istud: 17124.

3. Operatio sic instituitur: Primò ponitur Multiplicandus, & versus dextram, sub ultima figura Multiplicandi ponitur Multiplicator, si unâ tantum constet figurâ: si pluribus figuris constet Multiplicator, ponuntur secundum ordinem versus dextram, ut in Additione, & in Exemplis hîc positis.

A. 2 8 5 4
6

B. 8 9 2 3 5
3 2 4

Assumatur nunc Exemplum A, multiplica 4 per 6, sexies quatuor sunt 24. productum, cum constet duabus figuris postrema tantum scribitur sub linea, ut in Additione.

2 8 5 4
6

4

Deinde dicis: Sexies quinque sunt triginta, quibus addenda sunt 2, prius relicta ex 24, fiunt 32. scribis ergo 2. & 3 reservas.

2 8 5 4
6

2 4

Tertiò. Dicis, sexies octo sunt 48, quibus si addas 3 reservata, fiunt 51. Unde scribis 1, & 5 reservas.

2 8 5 4
6

1 2 4

Denique dicis: Sexies 2 sunt duodecim, quibus si addas 5 reservata, fiunt 17, quas ambas figuras scribis, quia nihil amplius multiplicandum restat.

2 8 5 4
6

1 7 1 2 4

4. Cum

4. Cùm autem incipientibus difficile sit, statim cognoscere, quantus sit numerus productus ex figuris simplicibus. v. g. quot sint sexies octo, vel septies novem, apponitur hic

TABULA PYTHAGORICA.

<i>a</i>	1	2	3	4	5	6	7	8	9	<i>b</i>
	2	4	6	8	10	12	14	16	18	
	3	6	9	12	15	18	21	24	27	
	4	8	12	16	20	24	28	32	36	
	5	10	15	20	25	30	35	40	45	
	6	12	18	24	30	36	42	48	54	
<i>e</i>	7	14	21	28	35	42	49	56	63	<i>f</i>
	8	16	24	32	40	48	56	64	72	
<i>c</i>	9	18	27	36	45	54	63	72	81	<i>d</i>

Hujus Tabulæ sequens est usus.

Cupis v. g. scire; quot sint septies octo, quære in latere *a. c.* figuram 7. & in latere *a. b.* figuram 8, & in columna, quæ figuræ 8 supposita est, descende, donec pervenias ad quadratum lateris *e f*, quod correspondet figuræ 7, invenies 56. Sic quinquies septem faciunt 35, quod invenies, si in latere *a c* sumas 5, & in latere *a b* 7, invenies in quadrato utrique figuræ correspondente 35.

5. Assumatur nunc Exemplum sequens,
ubi Multiplicator est duarum figurarum.

$$\begin{array}{r} 52834 \\ 68 \\ \hline \end{array}$$

Assume primò ultimam figuram Multiplica-
toris versus dextram, 8, & multiplica totum
numerum multiplicandum modo supra dicto,
quasi hæc figura sola esset:

$$\begin{array}{r} 52834 \\ 68 \\ \hline \end{array}$$

$$422672$$

Secundò assume alteram figuram Multiplica-
toris, 6. & iterum totum numerum multi-
plicandum per eandem figuram multiplica,
hoc solum discrimine, quòd figura prima
Multiplicati scribatur sub figura Multiplica-
toris per quam fit Multiplicatio; ut in exem-
plo:

$$\begin{array}{r} 52834 \\ 68 \\ \hline \end{array}$$

$$422672$$

$$317004$$

Et idem observandum est, si Multiplicator sit
plurium figurarum, semper prima figura scri-
benda est sub figura Multiplicatoris, ut sci-
licet valor figuræ suo loco correspondeat,
cùm enim figura secundo loco posita signi-
ficet decades, tertio loco centenas, debet
productum eodem loco necessario poni.

6. Adde denique producta singula, & habebis productum totius numeri quæsitum.

$$\begin{array}{r} 52834 \\ 68 \\ \hline 422672 \\ 317004 \\ \hline 3592712 \end{array}$$

7. Exemplum ubi Multiplicator est plurimum figurarum.

$$\begin{array}{r} 58243 \\ 2345 \\ \hline 291115 \\ 232972 \\ 174729 \\ 116486 \\ \hline 136579735 \end{array}$$

8. Si Zyphræ interveniant, nihil multiplicant, sed simpliciter ponuntur, nisi ponenda sit figura mente reservata.

$$\begin{array}{r} 607024 \\ 4 \\ \hline 2428096 \end{array}$$

9. Si ex parte Multiplicatoris, vel Multiplicandi, vel utriusque ponantur in fine Zyphræ, his omnibus relictis multiplica solas figuras, deinde numera Zyphras, & tot, quot invienes, adde in fine producto. Sit exemplum:

$$\begin{array}{r} 870000 \\ 2000 \\ \hline \end{array}$$

in quo 87 multiplicas per 2, cujus productum est 174, cui numero si addas quatuor Zyphras multiplicandi, & tres Multiplicatoris, habebis Zyphras septem, adeoque totum productum est 17400000000.

APPENDIX

De Multiplicatione Numeri Novenarii.

Numerus novenarius, sive figura 9, inter figuras arithmeticas maximum in se mysterium continet, quomodocunque enim, & per quemcunque numerum multiplicatur, semper Novenarium in figuris sibi invicem additis producit. v. g. bis 9 sunt 18. 1 & 8 faciunt novem. ter 9 sunt 27. 2 & 7 faciunt novem; Sic in cæteris. quater 9 sunt 36. quinquies 9, 45. sexies 9, 54. septies 9, 63. octies 9, 72. novies 9, 81. decies 9, 90. in productis semper figuræ sibi invicem additæ facient Novenarium. Aut plures etiam Novenarios, si numeri majores per 9 multiplicentur.

v. g.	88	89	96	384
	9	9	9	9
producunt	792	801	864	3456.

Ex quibus omnibus productis si 9 toties abjicias, quoties fieri potest, nihil remanet, ex quo

quo manifestè sequitur, nihil præter Novenarios in his productis contineri.

Neque tamen hîc objicias, id omnibus numeris esse commune, v. g. si 8 per quinque multiplicentur fiunt 40, ergò si octies 5 abjiciam, nihil remanebit. Id enim de ipsis figuris intelligendum sicut scribuntur; Unde non potes ex 40 5 auferre, cum sola figura 4 contineatur; è contra si dicas: quinquies 9 sunt 45, ex his ipsis figuris 4 & 5 potes auferre 9, qui sibi additæ faciunt 9.

Nec hujus Numeri novenarii ita multiplicati usus nullus est, nam & in ordinaria multiplicatione & in divisione, cui multiplicatio annexa est, servire potest intelligenti, cum plures figuræ simplices inter se multiplicatæ ex eo cognosci queant. v. g. Scire quis cupit, quot sint sexies 9, Unitate à 6 demptâ ponit 5 & postponit figuram, quæ Novenarium compleat scilicet 4 & sic habet 54. Sic septies 9, demptâ unitate à 7 & additis 3 faciunt 63. Et, sicut sæpe occurrit ex adverso, novies 7, novies 4 &c, numerus invertitur, & dicitur septies 9, quater 9, ut numerus inde productus facilè eruatur.

Ratio autem, cur Numerus novenarius hoc speciale habeat, est, quia est proximus denario, à quo tantum unicâ unitate recedit, consequenter, si dicam, decies novem, recedit à 100 decem unitatibus, ut fiant 90, si verò

dicam novies 9, recedit novem unitatibus à 10 & fiunt 81, & sic de cæteris, ut si dicam bis 9, recedit duabus unitatibus à 10 & fiunt 18. Similiter aliquid etiam speciale continet numerus ternarius, qui in se ductus Novenarium perficit, nam ter tria sunt 9, qui per quemcunque numerum multiplicatus, vel tria, vel sex, vel novem in figuris exhibebit: ut quater 3 sunt 12, quæ figuræ constituunt 3. quinquies 3 sunt 15. quæ faciunt 6, & sexies 3 sunt 18, quæ faciunt 9. & iterum septies 3 faciunt 21. quæ duæ figuræ iterum conficiunt 3. &c. Et si Multiplicatio crescat, v. g. decies sexies 3 faciunt 48. hæ figuræ 4 & 8 additæ faciunt 12, unde resolutio fit in 3.

Alterum mysterium in Numero Novenario fortassis hætenus incognitum, est, quod habet in Additione. Cuicunque enim numero additus, producit in Figuris eundem numerum cui additus est. Ut si dicas 6 & 9 sunt 15: provenit 6, nam 1 & 5 faciunt 6. 8 & 9 sunt 17, 1 & 7 faciunt 8. 33 & 9 faciunt 42. 4 & 2 faciunt 6 sicut 3 & 3. 86 & 9 faciunt 95, 9 & 5 faciunt 14 sicut 8 & 6.

Ex his concludes Numerum Novenarium inter arithmeticas figuras esse perfectissimam.

CAPUT VI.

De Divisione.

I.

Dividere est numerum majorem in minorem distribuere, sive invenire, quot Unitates è numero majore singulis unitatibus numeri minoris conveniant. v. g. Si 6 dividantur inter duos, singulis unitatibus binarii respondent tres unitates Senarii Eodem modo si 12 dividantur inter quatuor, respondebunt tres unitates duodenarii, singulis unitatibus quaternarii, hoc est, quivis ex 4 accipiet 3 ex 12. In majoribus numeris distribuendis agitur potissimum artificium hujus distributionis. v. g. 58623 floreni distribuendi sunt inter 8 hæredes, quæritur, quot florenos singuli hæredes accipiant? Aut 7895475 floreni dividendi sunt inter 37836 milites, ubi inveniendus est numerus, qui ita dividat totam Summam, ut omnes accipiant æqualem portionem.

2. In Divisione tres numeri considerantur. Primò numerus major, qui Dividendus dicitur. Secundò numerus minor, qui Divisor appellatur. Tertiò numerus, qui per Divisionem provenit, & Quotiens appellatur, hoc est, qui indicat, quoties numerus minor in majore contineatur. v. g. Si 12 dividuntur
per

per 4. Numerus 12 est Dividendus; 4 est Divisor. Et cum 4 ter in 12 contineantur, numerus 3 est Quotiens.

3. Divisor aliquando est unius tantum figuræ, ut si dividenda sint 686 per 4. aliquando duarum, ut si 686 dividenda sint per 25. aliquando trium, quatuor, aut etiam plurium figurarum. ut si dividenda sint 28457 per 386; aut idem numerus per 2386; aut 48372568 per 78957.

PRAXIS PRIMA.

Quando Divisor est unius Figuræ.

1. Sint dividenda 8848 per 4. Collocandus est Divisor sub prima Figura Dividendi, versus sinistram, & post Dividendum formatur lunula, intra quam scribendus est Quotiens, ut vides factum in Exemplo posito:

$$\begin{array}{r} 8848 \\ 4 \end{array} \quad \text{C}$$

2. Incipe, & vide, quoties Divisor in Figura, sub qua positus est, contineatur, & invenies, quod 4 in 8 bis contineatur, scribis ergo 2 post lunulam. Deinde per Quotientem 2 multiplica Divisorem 4, bis 4 sunt 8, Productum 8 subtrahe à Figura Dividendi, cui Divisor suppositus est, dicesque 8 ab 8 relinquunt nihil; his igitur Figuris 4 & 8 deletis, promove Divisorem ad Figuram sequen-

quentem Dividendi, & habebis Exemplum
sic dispositum:

$$\begin{array}{r} 8848 \\ 44 \end{array} \left(\begin{array}{l} 2 \end{array} \right.$$

3. Operare eodem modo, quo ante. 4 in 8 continentur bis, 2 ergo iterum scribe post lunulam, bis 4 sunt 8, quæ subtracta ab 8 relinquunt nihil: promove Divisorem etiam ad sequentem Figuram, deletis præcedentibus, & videbis Exemplum:

$$\begin{array}{r} 8848 \\ 444 \end{array} \left(\begin{array}{l} 22 \end{array} \right.$$

4. Ulteriùs dic 4 in 4 continentur semel, scribe ergò 1 post lunulam. Semel 4 sunt 4, quæ 4 subtracta à 4 relinquunt nihil. Unde fiet Exemplum:

$$\begin{array}{r} 8848 \\ 4444 \end{array} \left(\begin{array}{l} 221 \end{array} \right.$$

5. Denique dic 4 in 8 continentur bis. Duo iterum scribuntur post lunulam; bis 4 sunt 8, quæ 8 subtracta ab 8 relinquunt nihil, sicque divisio hujus numeri absoluta est.

$$\begin{array}{r} 8848 \\ 4444 \end{array} \left(\begin{array}{l} 2212 \end{array} \right.$$

Ex quo nunc sequitur: si 8848 floreni dividendi sint inter hæredes 4, singuli hæredes accipient 2212 flor.

Hoc Exemplum omnium facillimum est, quod poni potuit; nunc, manente eodem Diviso-

visore, Dividendo unicam unitatem præfigemus, ut, quæ in divisione observanda sunt, facilius intelligantur. Sit igitur numerus Dividendus 18848.

6. Si jam primæ Figuræ 1 Divisorem supponas, ut vides:

$$\begin{array}{r} 18848 \\ 4 \end{array} \left($$

invenies numerum 4 in 1 non contineri, unde statim Divisor promovendus est ad Figuram sequentem Dividendi:

$$\begin{array}{r} 18848 \\ 4 \end{array} \left($$

id quod semper deinde observandum est, etiam in Divisoribus plurium Figurarum.

7. Operatio igitur nunc sic instituitur. Non amplius dicitur 4 in 8, sed 4 in 18. (debent enim semper omnes Figuræ præcedentes simul sumi) continentur quater. Scribis 4 post lunulam. quater 4 sunt 16. quæ 16 subtracta ab 18 relinquunt 2. quæ 2 scribenda sunt supra figuram Dividendi 8 cum antecedente 1 deletam, promoveturque Divisor modo supra dicto, ut vides in Exemplo.

$$\begin{array}{r} 2 \\ 18848 \\ 44 \end{array} \left(4$$

8. Prosequere nunc & dic: 4 in 28 habeo septies, scribe 7 post lunulam, & dic, quater septem

septem sunt 28. quæ 28 subtracta à 28 relinquunt nihil.

$$\begin{array}{r} \text{2} \\ \text{2} \text{ } \text{8} \text{ } \text{8} \text{ } 4 \text{ } 8 \text{ } (4 \text{ } 7 \\ \text{4} \text{ } \text{4} \end{array}$$

Cætera prosequere, ut in exemplo præcedente, & Quotiens proveniet 4712. portio quatuor hæredibus singulis æqualis.

9. Nunc immutatis duabus primis Figuris ponamus idem exemplum:

$$\begin{array}{r} 8 \text{ } 1 \text{ } 8 \text{ } 4 \text{ } 8 \text{ } (\\ 4 \end{array}$$

Incipe & dic, 4 in 8 continentur bis. Scribuntur 2 post lunulam, cætera peraguntur modo præcedente, & promotio Divisore exemplum ita stabit:

$$\begin{array}{r} \text{8} \text{ } 1 \text{ } 8 \text{ } 4 \text{ } 8 \text{ } (2 \\ \text{4} \text{ } \text{4} \end{array}$$

Cùm autem 4 in unitate supra posita non contineantur, scribitur post lunulam Zyphra, & Divisor promovetur ad sequentem Figuram, ut Exemplum hoc modo ponatur:

$$\begin{array}{r} \text{8} \text{ } 1 \text{ } 8 \text{ } 4 \text{ } 8 \text{ } (2 \text{ } 0 \\ \text{4} \text{ } \text{4} \text{ } \text{4} \end{array}$$

Unde pergis: 4 in 18 continentur quater, scribuntur 4 post lunulam; quater 4 sunt 16. quæ 16 subtracta ab 18 relinquunt 2. erit igitur Exemplum:

$$\begin{array}{r} 2 \\ \text{\textcircled{8}} \text{\textcircled{4}} \text{\textcircled{8}} \text{\textcircled{4}} \text{\textcircled{8}} \quad \left(\begin{array}{l} 204 \\ \text{\textcircled{4}} \text{\textcircled{4}} \text{\textcircled{4}} \end{array} \right. \end{array}$$

Consequenter dicis: 4 in 24 continentur sexies. Scribuntur 6 post lunulam, sexies 4 sunt 24, quæ 24 subtracta à 24 relinquunt nihil; ut Exemplum sit:

$$\begin{array}{r} 2 \\ \text{\textcircled{8}} \text{\textcircled{4}} \text{\textcircled{8}} \text{\textcircled{4}} \text{\textcircled{8}} \quad \left(\begin{array}{l} 2046 \\ \text{\textcircled{4}} \text{\textcircled{4}} \text{\textcircled{4}} \end{array} \right. \end{array}$$

Denique 4 in 8 continentur bis, 2 scribuntur post lunulam, & totus Quotiens erit: 20462. tantumque accipient quatuor hæredes singuli ex Summa 81848.

10. Si Zyphræ interveniant, nullamque habeant Figuram ante se, etiam post lunulam scribitur Zyphra. Si verò Figura Zyphram præcedat, fit divisio secundum significationem Figuræ cum Zyphra, ut si exemplum positum esset hoc modo 10848. dicis 4 in 10 continentur bis. bis 4 sunt 8, quæ 8 à 10 relinquunt duo: idem fit, si Zyphræ in medio, aut in fine occurrant, quod in sequentibus praxibus clarius patebit.

11. Frequentius in divisione etiam præter Dividendum, Divisorem & Quotientem quartus numerus provenit, qui dicitur Residuum, quando nimirum è numero Dividendo aliquid restat, sive numerus reliquus est, qui est

est minor Divisore, ut tot unitates non supersint, quæ singulis unitatibus Divisoris possint respondere. Sit exemplum:

$$\begin{array}{r} 3 \\ 7753 \end{array} \begin{array}{l} \\ \\ \\ \end{array} \left(\begin{array}{l} 1 \\ \\ \\ \end{array} \right.$$

Si jam pergas dicere: 4 in 37 habeo novies; novies 4 sunt 36, quæ subtracta à 37 relinquunt 1. Erit Exemplum:

$$\begin{array}{r} 31 \\ 7753 \end{array} \begin{array}{l} \\ \\ \\ \end{array} \left(\begin{array}{l} 19 \\ \\ \\ \end{array} \right.$$

Dicis ulterius, 4 in 15 continentur ter, ter 4 sunt 12, quæ subtracta à 15 relinquunt 3.

$$\begin{array}{r} 313 \\ 7753 \end{array} \begin{array}{l} \\ \\ \\ \end{array} \left(\begin{array}{l} 193 \\ \\ \\ \end{array} \right.$$

Et denique: 4 in 33 habeo octies, octies 4 sunt 32, quæ subtracta à 33 relinquunt 1.

$$\begin{array}{r} 3131 \\ 7753 \end{array} \begin{array}{l} \\ \\ \\ \end{array} \left(\begin{array}{l} 1938 \\ \\ \\ \end{array} \right.$$

Hæc unitas dicitur residuum, quia est minor Divisore, nec amplius in 4 dividi potest. Scribitur autem post Quotientem numeris fractis, ut vides in Exemplo:

$$\begin{array}{r} 3131 \\ 7753 \end{array} \begin{array}{l} \\ \\ \\ \end{array} \left(\begin{array}{l} 1938\frac{1}{4} \\ \\ \\ \end{array} \right.$$

quod signum est, singulos hæredes ex 7753
C florec-

florenis accipere 19; 8 floren. & insuper $\frac{1}{4}$ sive unum quadrantem floreni, quod clariùs intelliges ex numeris fractis proximè explicandis.

12. Insuper advertendum, quòd Divisor, etiamsi plùs, quàm novies in Figuris Dividendi contineatur, nunquam tamen sæpiùs, quam novies sumi possit. v. g. Si Divisor sit 3, & Figuræ Dividendi 45, continetur quidem 3 in 45 decies quinquies, non tamen sæpius sumi potest, quam novies, quod in sequentibus praxibus, ubi Divisor est plurium Figurarum, frequentius occurret. Ratio est, quia post lunulam nunquam potest poni simul Quotiens duarum Figurarum, quod autem fieret, si Quotiens numerum 9 excederet.

PRAXIS SECUNDA.

Quando Divisor est duarum Figurarum.

1. Ponitur Dividendus & Divisor, ut in prima Praxi. In Exemplo, ubi dividenda sunt 55785 per 23:

$$\begin{array}{r} 55785 \text{ (} \\ 23 \end{array}$$

Deinde dicis: 2 in 5 continentur bis: 2 scribuntur post lunulam; bis 2 sunt 4, quæ 4 subtracta à 5 relinquunt 1.

$$\begin{array}{r} 1 \\ 8 \ 5 \ 7 \ 8 \ 5 \quad (2 \\ \times 3 \end{array}$$

Postea statim etiam Figuram secundam Divisoris multiplicas per eundem Quotientem 2: bis 3 sunt 6; quæ sex à 15 subtracta relinquunt 9.

$$\begin{array}{r} 1 \ 9 \\ 8 \ 8 \ 7 \ 8 \ 5 \quad (2 \\ \times 3 \end{array}$$

2. Promove utramque Figuram Divisoris, ut vides in Exemplo:

$$\begin{array}{r} 1 \ 9 \\ 8 \ 8 \ 7 \ 8 \ 5 \quad (2 \\ \times 3 \ 3 \\ 2 \end{array}$$

ubi dici: 2 in 9 continentur quater; quater 2 sunt 8, quæ subtracta à 9 relinquunt 1; quater 3 sunt 12, quæ subtracta à 17 relinquunt 5.

$$\begin{array}{r} 1 \ 9 \ 5 \\ 8 \ 8 \ 7 \ 8 \ 5 \quad (2 \ 4 \\ \times 3 \ 3 \\ \times \end{array}$$

3. Iterum promove Divisorem, ut ante:

$$\begin{array}{r} 1 \ 9 \ 5 \\ 8 \ 8 \ 7 \ 8 \ 5 \quad (2 \ 4 \\ \times 3 \ 3 \ 3 \ 3 \\ \times \times 2 \end{array}$$

Deinde dicis: 2 in 5 continentur bis: bis 2, sunt 4: 4 à 5 subtracta relinquunt 1; bis 3 sunt 6, 6 ab 18 subtracta relinquunt 12. Stabit igitur sic Exemplum:

$$\begin{array}{r}
 \cancel{x} \ 1 \\
 \cancel{x} \ 9 \ \cancel{x} \ 2 \\
 \cancel{x} \ \cancel{x} \ 7 \ \cancel{x} \ 5 \quad \left(\begin{array}{l} 2 \ 4 \ 2 \end{array} \right. \\
 \cancel{x} \ 3 \ 3 \ 3 \ 3 \\
 \cancel{x} \ \cancel{x} \ 2
 \end{array}$$

4. Sicut jam vides Exemplum constitutum, 2 in 12 continentur sexies, quæ tamen toties sumi non debent; quia secunda figura Divisoris 3 per 6 multiplicata, non amplius in Figura 5 Dividendi continetur, ut subtrahi posset, nam sexies 3 sunt 18, quæ nequeunt à 5 subtrahi, debet ergò semper attendi ad Figuras sequentes Divisoris, ut & illæ suam partem accipiant. Dicendum igitur, 2 in 12 continentur quinquies, quinquies 2 sunt 10, decem à 12 subtracta relinquunt 2; quinquies 3 sunt 15, quæ subtracta à 25 relinquunt 10, quod est Residuum totius Numeri Divisi.

$$\begin{array}{r}
 \cancel{x} \ \cancel{x} \ 1 \\
 \cancel{x} \ 9 \ \cancel{x} \ \cancel{x} \ 0 \left\{ \begin{array}{l} 2 \ 4 \ 2 \ 5 \ \frac{10}{23} \end{array} \right. \\
 \cancel{x} \ \cancel{x} \ 7 \ \cancel{x} \ 5 \\
 \cancel{x} \ 3 \ 3 \ 3 \ 3 \\
 \cancel{x} \ \cancel{x} \ \cancel{x}
 \end{array}$$

Remanent ergò 10 flor. v. g. adhuc Dividendi in 23, quod, quomodo fieri debeat, dicetur in numeris fractis. s. Si

5. Si Divisori adjuncta sit Zyphra, ut si Divisor sit 30, statim Zyphra ponitur sub ultima Figura Dividendi, & operatio fit simpliciter per 3, ut si dividenda essent 4215 per 30, ita ponendus Divisor:

$$\begin{array}{r} 4215 \\ 3 \quad 0 \end{array} \bigg($$

Figura autem 3 ad illum locum ubi Zyphra posita est, promoveri non potest, unde sic operandum:

$$\begin{array}{r} 4215 \\ 3330 \end{array} \bigg(140 \frac{15}{30}$$

Et cum 3 in 1 non amplius contineatur, scribitur Zyphra post lunulam, & manet Residuum 15.

PRAXIS TERTIA.

Quando Divisor est plurium Figurarum.

Hæc Praxis re ipsâ non differt à priori, quædam tamen monenda sunt, quæ necessario observanda.

1. Omnes figuræ Divisoris per inventum primum Quotientem multiplicantur secundum ordinem, & subtrahuntur à Figuris Dividendi. Ut si dividenda fuit 482356 per 2345, ponitur Exemplum:

$$\begin{array}{r} 482356 \\ 2345 \end{array} \bigg(2$$

C 3

Di.

Dicisque, 2 in 4 continentur bis: bis 2 sunt 4, quæ à 4 subtracta relinquunt nihil; bis 3 sunt 6, quæ subtracta ab 8 relinquunt 2: bis 4 sunt 8, quæ subtracta à 22 relinquunt 14: bis 5 sunt 10, quæ subtracta à 43 relinquunt 33. Vide Exemplum:

$$\begin{array}{r}
 13 \\
 \times 43 \\
 \hline
 482356 \quad (2 \\
 \times 34885 \\
 \hline
 234
 \end{array}$$

2. Deinde promovetur Divisor secundum ordinem unâ Figurâ tantum, & quia vides 2 in 1 non contineri, scribe Zyphram post lunulam, & Divisorem ulterius promove:

$$\begin{array}{r}
 13 \\
 \times 43 \\
 \hline
 482356 \quad \left\{ \begin{array}{l} 205 \\ \end{array} \right. \\
 \times 34885 \\
 \hline
 234
 \end{array}$$

3. Denique dicis: 2 in 13 continentur sexies, ubi tamen 6 post lunulam scribenda non sunt; quia deinde sexies tria facerent 18, quæ à tredecim subtrahi non possent; unde scribis tantum 5, & dicis: quinquies 2 sunt 10, quæ subtracta à 13 relinquunt 3; inde pergis: quinquies 3 sunt 15, quæ subtracta à 33 relinquunt 18: quinquies 4 sunt 20, quæ subtracta à 85 relinquunt 65; & denique quin-

Quinquies 5 sunt 25, quæ subtracta à 56 relinquant 31; adeoque Exemplum perfectum exhibetur:

$$\begin{array}{r}
 1 \\
 36 \\
 \cancel{2} \cancel{3} \cancel{8} \cancel{3} \\
 \cancel{2} \cancel{4} \cancel{3} \cancel{8} \cancel{1} \\
 \cancel{4} \cancel{8} \cancel{2} \cancel{3} \cancel{8} \cancel{6} \\
 \cancel{2} \cancel{3} \cancel{4} \cancel{8} \cancel{8} \cancel{8} \\
 \cancel{2} \cancel{3} \cancel{4} \cancel{4} \\
 \cancel{2} \cancel{3}
 \end{array}
 \left|
 \begin{array}{r}
 1631 \\
 \hline
 2345
 \end{array}
 \right.
 \begin{array}{r}
 205
 \end{array}$$

Residuum itaque est 1631, & Quotiens 205.

4. Notandum specialiter, quòd in Exemplo præcedente accidit, ut prima Figura Divisoris semper toties ita sumatur, ut Subtractio per omnes sequentes fieri possit, quia omnes Figuræ Divisoris è Dividendo participare debent.

5. Notandum insuper, quòd in Divisione Residuum semper debeat esse minus Divisore, si enim majus est, signum est, Divisorem adhuc semel aut aliquoties contineri, neque tamen propterea reiteranda est tota operatio, sed Residuum hoc majus per eundem Divisorem iterum dividitur, & Quotiens proveniens alteri Quotienti additur.

APPENDIX.

*Modus inveniendi Quotientem sine
Divisione.*

Cùm Divisio, quando Divisor est multarum figurarum, sit incommodior, eò quod toties figuræ deleri, iterùmque scribi debeant, nec semper commodè videri possit, quoties Divisor in Dividendo contineatur, Modum hìc pono, qui solâ Multiplicatione, & Subtractione perficitur. Est modus hic securissimus, & si fortè etiam error interveniat, facilè relegendo totam operationem corrigi potest.

1. Sint dividenda 56723 per 432. Numeri Figuras Divisoris & Dividendi, & quot Figuris Dividendus Divisorem superat, toties assume novem, & per tot Novenarios multiplica Divisorem. In proposito Exemplo continet Dividendus Figuras quinque, & Divisor tres, adeoque superat Divisorem Figuris duabus, unde Divisor multiplicandus est per duos Novenarios, sive 99.

$$\begin{array}{r}
 432 \\
 99 \\
 \hline
 3888 \\
 3888 \\
 \hline
 42768
 \end{array}$$

Hoc Productum subtrahe à Dividendo, quoties potes.

$$\begin{array}{r}
 56723 \\
 42768 \\
 \hline
 13955
 \end{array}$$

Hic semel tantum subtrahi potest ab integro Dividendo. Assume igitur Multiplicationem unius Novenarii, scilicet 3888, & subtrahe à Residuo 13955 toties quoties potes:

$$\begin{array}{r}
 13955 \\
 3888 \\
 \hline
 10067 \\
 3888 \\
 \hline
 6179 \\
 3888 \\
 \hline
 2291
 \end{array}$$

2. Denique accipe ordinarium Divisorem 432, & subtrahe, quoties potes, à Residuo 2291.

$$\begin{array}{r}
 2291 \\
 432 \\
 \hline
 1859 \\
 432 \\
 \hline
 1427 \\
 432 \\
 \hline
 995 \\
 432 \\
 \hline
 563 \\
 432 \\
 \hline
 131
 \end{array}$$

C 5

3. Cum

3. Cùm itaque semel subtraxeris Diviso-
rem multiplicatum per 99, & ter per 9, &
quinq̄ies per Divisorem simpliciter, scribis:

$$\begin{array}{r}
 99 \\
 9 \\
 9 \\
 9 \\
 1 \\
 1 \\
 1 \\
 1 \\
 1 \\
 \hline
 131
 \end{array}$$

Et hæc addita faciunt Quotientem 131, cum
Residuo etiam 131. Neque tamen opus est,
ut tantam seriem scribas, sed loco ter no-
vem scribere poteris 27, & loco quinq̄ies
1, 5.

$$\begin{array}{r}
 99 \\
 27 \\
 5 \\
 \hline
 131
 \end{array}$$

Posui hunc modum inveniendi Quotien-
tem, ut occasio detur etiam aliis, indagandi,
an non modus aliquis Divisionis, quo diffi-
cultas declinari possit in delendis & toties su-
prà & infrà scribendis Figuris, inveniri possit.
Qui se in modo suprà dicto exercet, fortè ad-
huc Compendium majus inveniet.

CAPUT

CAPUT VII.

De Modo examinandi prædictas Species, an operatio benè facta sit.

Cùm facilè accidere possit, ut in ipsa operatione error interveniat, præsertim in majoribus numeris, & ubi quis longiore calculo occupatur, modi quidam assignantur, ex quibus veritas operationis cognosci potest.

MODVS PRIMVS

Per Abjectionem Numeri Novenarii.

1. In Additione abjice ex numeris additis 9, quoties potes, & Residuum nota. Deinde etiam ex tota Summa addita abjice 9, quoties potes, si Residuum est simile Residuo priori, operatio justa est. In Exemplo

$$\begin{array}{r} a \quad 5782 \\ b \quad 4310 \\ \hline c \quad 10092 \end{array}$$

abjice ex numeris *a* & *b* additis 9, quod potest ter fieri, Residuum erit 3. Similiter abjice ex tota Summa *c* 9, quod semel fieri potest; remanent 3. Ergò operatio benè facta est.

2. In Subtractione abjice 9 ex numero, à quo fit Subtractio, toties, quoties. Idem fac de.

deinde ex numero, per quem fit Subtractio,
& ex Residuo simul. In Exemplo

$$\begin{array}{r}
 a \quad \quad 2345 \\
 b \quad \quad 1368 \\
 \hline
 c \quad \quad 977
 \end{array}$$

abjice ex numero a 9, quod fieri semel potest,
remanent 5; abjice deinde etiam 9, ex nu-
meris b & c , quod quater fiet; cum ergo
etiam 5 remaneant, signum est, sine vitio esse
Subtractionem.

3. In Multiplicatione abjice ex Multipli-
cando 9, quoties potes. Idem fac ex Multipli-
catore. Duo Residua multiplica inter se, & à
Producto abjice iterum novem, quoties potes;
Residuum nota. Deinde abjice novem ex
tota Summa producta toties, quoties. Si
Residuum est æquale, operatio bona est. In
Exemplo

$$\begin{array}{r}
 a \quad \quad 34235 \\
 b \quad \quad \quad 78 \\
 \hline
 \quad \quad 273880 \\
 \quad 239645 \\
 \hline
 c \quad 2670330
 \end{array}$$

abjice ex Multiplicando a 9, quod fit semel:
remanent 8. Item ex Multiplicatore b rema-
nent 6. Si octo multiplices per 6, proveniunt
48, à quibus, si novem abjicies, remanent 3.

Abji-

Abjice etiam ex numero *c*, sive toto Pro-
ducto 9, quod fiet bis, remanent similiter 3.
Ergò Operatio bona est.

Modus hic examinandi per Novenarium
communiter quidem bonus est, non tamen
est mathematicè infallibilis, cum exempla
falsa dari possint, quæ tamen Novenarius
probat esse vera.

$$\begin{array}{r} a \quad 2345 \\ b \quad 2134 \\ \hline c \quad 9474 \end{array}$$

In posito Exemplo, si ex *a* & *b* rejicis 9, re-
manent 6, & si ex *c* rejicis 9, etiam rema-
nent 6, cum tamen operatio ad oculum fal-
sa sit. Hinc securior est Modus sequens.

MODVS SECVNDVS

*Per Additionem, Subtractionem, Multipli-
cationem, & Divisionem.*

Examen Additionis, fit per Subtractionem;
Subtractionis per Additionem; Multipli-
cationis per Divisionem; Divisionis per Mul-
tiplicationem.

1. Si examinare cupis Exemplum Addi-
tionis,

$$\begin{array}{r} a \quad 4323 \\ b \quad 3102 \\ \hline c \quad 7425 \end{array}$$

sub-

subtrahe numerum b à numero c , si proveniat numerus a , operatio perfecta est.

Nota 1. Si plures sint series numerorum addendorum, ut in Exemplo,

$$\begin{array}{r}
 a \quad 4323 \\
 b \quad 3102 \\
 c \quad 5834 \\
 d \quad 5798 \\
 \hline
 e \quad 19057
 \end{array}$$

subtrahe primò à numero e numerum d , deinde à Residuo numerum c , & iterum à secundo Residuo numerum b . Si ultimum Residuum æquale sit numero a , operatio sine vitio fuit.

Nota 2. Si series numerorum addendorum nimium augeantur, Subtractio nimium iterari debet. Unde loco Subtractionis adhiberi potest sequens modus. Institue operationem secundò, & sicut ante operationem instituiſti numerando ab infima figura sursum, ita nunc à suprema numera deorsum, si idem numerus proveniat, signum est, operationem benè factam.

2. Si examinare cupis Exemplum Subtractionis,

$$\begin{array}{r}
 a \quad 5327 \\
 b \quad 2598 \\
 \hline
 c \quad 2729
 \end{array}$$

adde

adde numeros b & c : si proveniat numerus a ,
recta fuit operatio.

3. Si examinare cupis Exemplum Multi-
plicationis,

$$\begin{array}{r} a \quad 4823 \\ b \quad \quad \quad 5 \\ \hline c \quad 24115 \end{array}$$

divide per Multiplicatorem b Productum c ,
si Quotiens est æqualis numero a , Operatio
perfecta est.

4. Si examinare cupis exemplum Divisio-
nis,

$$\begin{array}{r} \cancel{x} \cancel{x} \cancel{x} \quad 1 \\ a \quad \cancel{7} \cancel{3} \cancel{9} \cancel{8} \cancel{7} \quad \left(24652 \frac{1}{3} c \right. \\ b \quad \cancel{3} \cancel{3} \cancel{3} \cancel{3} \cancel{3} \end{array}$$

multiplica per Divisorem b Quotientem c ,
& Producto adde Residuum d : si numerus
hic sit æqualis numero a , benè facta fuit
Divisio.

Tandem omnium Examinum vices sup-
plere poterit accurata Figurarum positio, &
lenta festinatio, & in majoribus numeris re-
petita operatio, quæ si cum priore conve-
niat, non facile vitium timeri potest.



PARS SECUNDA.

ARITHMETICA

NUMERORVM FRACTORVM.

Numerus fractus, qui & Fractio, aut Minutia dicitur, nomen accepit ex eo, quòd numerus integer in plures quasi partes frangatur, ut si unus florenus dividatur in tres partes, sive tria capitella, dicitur esse fractus, in tres tertias, aut si dividatur in quatuor partes sive quadrantes, dicuntur quatuor quartæ, quæ ita scribuntur, $\frac{3}{3}$, $\frac{4}{4}$, aut, si minus sit, $\frac{2}{3}$, $\frac{3}{4}$. Numerus superior vocatur Numerator: inferior Denominator. Prior numerat quot sint, posterior denominat, quales sint partes. Unde, si quis dicitur habere duas tertias $\frac{2}{3}$ unius floreni, idem est, ac istud: ex floreno diviso in tres partes habet duas, sive duo capitella.

CAPUT

CAPUT I.

De Valore Numerorum fractionum.

I.

Quando Numerator & Denominator sunt æquales, fractio æquivalet integro, ut $\frac{5}{5}$, $\frac{15}{15}$ unius floreni, æquivalent uni Floreno integro. Si enim florenus sit divisus in tres partes, & ego has tres partes habeam, habeo florenum integrum; similiter qui habet 15 partes floreni divisi in 15 partes, habet integrum Florenum.

2. Quando Numerator est minor Denominatore, fractio est minor integro, ut $\frac{2}{3}$, $\frac{12}{15}$. Si enim habeam $\frac{2}{3}$, duas tertias unius Floreni, habeo duo Capitella, quæ non faciunt integrum Florenum. Similiter, qui habet $\frac{12}{15}$, duodecim decimas quintas, habet tantum 12 Bazios, qui etiam non faciunt integrum Florenum.

3. Quando Numerator est major Denominatore, fractio est major integro. Ut $\frac{4}{3}$, $\frac{18}{15}$. Cum enim $\frac{3}{3}$ jam faciant numerum integrum, hîc autem ponantur 4 tertie, numerus superat integrum unâ tertiâ. Eodem modo cum $\frac{15}{15}$ faciant Florenum, $\frac{18}{15}$ plus valent, quàm unus Florenus.

4. Quando Numeratore eodem manente minuitur Denominator, crescit valor fractionis,

D

nis,

nis, sic in his, $\frac{4}{8}$, $\frac{4}{7}$, $\frac{4}{6}$, $\frac{4}{5}$, quia $\frac{4}{5}$ plus sunt, quam $\frac{4}{8}$. Item, si Denominatore eodem manente augetur Numerator, ut in his, $\frac{2}{8}$, $\frac{3}{8}$, $\frac{4}{8}$, quod per se patet.

5. Quando Numeratore eodem manente, crescit Denominator, minuitur fractionis valor, $\frac{4}{5}$, $\frac{4}{6}$, $\frac{4}{7}$, $\frac{4}{8}$. Item, quando Denominatore eodem manente minuitur Numerator, $\frac{4}{7}$, $\frac{3}{7}$, $\frac{2}{7}$.

CAPUT II.

De Reductione Fractionum ad minores & minimos terminos.

I.

Sæpe contingit, ut Fractio scribatur pluribus figuris, & numeris, quæ tamen paucioribus figuris, & minori numero exprimi potest. v. g. $\frac{40}{120}$ unius Floreni, quæ tamen exprimi potest per $\frac{20}{60}$, vel $\frac{10}{30}$, vel $\frac{5}{15}$, quæ fractiones omnes sunt ejusdem valoris, sub minoribus, & denique minimo termino constitutæ. Nam si Florenus dividatur in 120 partes, una pars facit semicrucigerum, qui ergò habet $\frac{40}{120}$, habet 40 semicrucigeros, qui faciunt 20 crucigeros integros. Si autem dividatur Florenus in partes 60, una pars facit unum crucigerum, unde, qui habet $\frac{20}{60}$, habet 20 crucigeros, ergò hæ duæ Fractiones, $\frac{40}{120}$, & $\frac{20}{60}$, sunt ejus-

De Reductione ad minor. & minim. terminos. §1

eiusdem valoris. Similiter, si Florenus dividatur in partes 30, quævis pars facit duos crucigeros, igitur qui habet $\frac{10}{30}$, habet bis decem crucigeros, qui iterum sunt 20, & denique, quando Florenus dividitur in 15 partes, quævis pars facit 4 crucigeros, qui ergò habet $\frac{5}{15}$, habet quinquies quatuor crucigeros, qui iterum sunt 20.

2. Modus reducendi Fractionem ad minores terminos, est iste: Subtrahe Numerum Fractionis minorem à majori, donec tam Numerator, quàm Denominator fiant æquales. Deinde vide, quoties hic numerus tam in Numeratore, quàm Denominatore contineatur. Sit fractio suprà posita $\frac{40}{120}$ redigenda ad terminum minimum; subtrahe 40 bis ab 120, & remanebunt 40, quæ in 120 continentur ter, ergò 3 est minimus Denominator. Deinde 40 in 40 continentur semel, ergò 1 est minimus Numerator: adeoque fractio ad minimos terminos reducta est $\frac{1}{3}$, quæ æquivaleret huic $\frac{40}{120}$.

3. Si in utraque parte tam Numeratore, quàm Denominatore Zyphræ adjectæ sunt æquales, ut in hac ipsâ fractione $\frac{40}{120}$, abjice Zyphras, & fractio reliqua habebit eundem valorem. Sic $\frac{4}{12}$ habent eundem valorem, quàm $\frac{40}{120}$. Nam si Florenus dividatur in 12 partes, cuivis parti respondent 5 crucigeri, ergò $\frac{4}{12}$ faciunt 20 crucigeros, sicut $\frac{40}{120}$.

D 2

4. Si

4. Si tam Numerator, quàm Denominator dimidiari possint, semper dimidium utriusque constituet fractionem æqualem fractioni priori. Sic in hac fractione $\frac{4}{12}$, si dimidies 4, habes 2, si 12, fiunt 6: constituiturque hæc fractio $\frac{2}{6}$, æqualis priori. Si iterum dimidies 2, fit 1, si 6, fiunt 3, & constituitur fractio $\frac{1}{3}$ æqualis his $\frac{2}{6}$, $\frac{4}{12}$, $\frac{8}{24}$, $\frac{16}{48}$.

5. Non tamen omnes Fractiones ad minores terminos reduci possunt, quando constant talibus numeris, quæ dividi non possunt, quin aliquid supersit, quales numeri sunt $\frac{13}{17}$, $\frac{39}{23}$, $\frac{23}{29}$, & similes, qualemunque enim Divisorem statueris, semper aliquid remanebit.

CAPUT III.

De Reductione Fractionum ad eundem Denominatorem.

Fractiones ad eundem Denominatorem reducere, est facere, ut duæ, vel plures fractiones, quæ diversos habent Denominatores, accipiant unum Denominatorem omnibus fractionibus communem, quod apprimè necessarium est pro Additione, & cæteris speciebus Numerorum fractionum.

1. Si duæ fractiones reducendæ sint, multiplica duos Denominatores, per se invicem
pro-

De Reductione ad eundem Denominatorem. § 3

productum erit communis Denominator. Inveniendi deinde etiam sunt novi Numeratores, quod fit, si unius Numeratorem ducas in alterius Denominatorem, & vicissim. Sint ad eundem Denominatorem reducendæ hæ duæ fractiones, $\frac{3}{4}$, $\frac{5}{6}$. Multiplica duos Denominatores, 4 & 6; Productum erit 24, hic numerus erit communis Denominator. Deinde pro Numeratore primæ fractionis duc 3 in 6, Productum 18 erit Numerator, & Fractio erit $\frac{18}{24}$. Ulterius duc Numeratorem secundæ fractionis in Denominatorem primæ, scilicet 5 in 4, Productum 20 erit Numerator secundæ fractionis, $\frac{20}{24}$, adeoque duæ fractiones $\frac{18}{24}$, $\frac{20}{24}$ habentes jam communem Denominatorem, æquivalent his: $\frac{3}{4}$, $\frac{5}{6}$.

2. Si plures fractiones ad eundem Denominatorem reducendæ sint, v. g. $\frac{3}{4}$, $\frac{5}{6}$, $\frac{4}{7}$, sic operandum est: Duc Denominatorem primæ fractionis in Denominatorem secundæ, & Productum in Denominatorem fractionis tertię, & sic consequenter, si adhuc plures fractiones sint, ultimum Productum erit Denominator communis. Sic, si 4 ducas in 6, Productum 24, in 7, totum Productum erit 168, Denominator communis. Pro novis Numeratoribus inveniendis, duc Numeratorem primæ fractionis in Denominatorem communem; scilicet 3 in 168, & Productum 504 divide per Denominatorem primæ

D 3

fractio-

fractionis 4, Quotiens dabit novum Numeratorem primæ fractionis, scilicet 126, igitur prima fractio erit $\frac{126}{168}$; sic in secunda fractione, duc 5 in Denominatorem communem, & Productum 840, divide per ejusdem fractionis Denominatorem 6, Quotiens 140 est novus Numerator, $\frac{140}{168}$. Sic operare in tertia fractione, duc 4 in communem Denominatorem 168, Productum 672 divide per 7, Quotiens 96, erit Denominator tertiæ fractionis $\frac{96}{168}$. Itaque tres fractiones, $\frac{3}{4}$, $\frac{5}{6}$, $\frac{4}{7}$ ad eundem Denominatorem reductæ sunt $\frac{126}{168}$, $\frac{140}{168}$, $\frac{96}{168}$, quæ deinde per caput præcedens ad minores terminos reduci possunt.

CAPUT IV.

De Reductione Numerorum fractionum ad integros, & integrorum ad fractos.

I.

Si fractio reducenda sit ad numerum integrum, (quod fieri non potest, nisi Numerator sit major Denominatore) divide Numeratorem per Denominatorem, Quotiens dabit numerum integrum. v.g. $\frac{30}{6}$ sint reducenda: divide 30 per 6, Quotiens 5 est numerus integer, qui æquivalet $3\frac{0}{6}$.

Si

Si post Divisionem maneat Residuum, illi supponitur Denominator, & Integro postponitur Fractus, ut si reducendæ sunt $3\frac{2}{6}$, post Divisionem remanent 2, adeoque totus Numerus sunt 5 Integra & duæ Sextæ, $5\frac{2}{6}$.

2. Numerus integer ad fractionem reducitur, si per Denominatorem multiplicatur, ut si 8 velis reducere ad partes septimas, multiplicas 8 per 7, Productum 56 est Numerator $56\frac{0}{7}$.

3. Si Integro adhæret fractio $8\frac{3}{7}$, Producto additur Numerator fractionis, scilicet, septies octo sunt 56, cui Producto, si additur Numerator adhærentis fractionis, 3, fiunt 59, & tota fractio erit $59\frac{3}{7}$.

CAPUT V.

De Additione Numerorum fractionum.

I.

In Fractionibus, quæ habent eundem Denominatorem, ut in his, $\frac{3}{7}$, $\frac{5}{7}$, $\frac{8}{7}$, adduntur Numeratores, 3, 5, 8, qui faciunt 16, fractio igitur erit $\frac{16}{7}$.

2. In Fractionibus, quæ habent diversos Denominatores, reductio fieri debet ad eundem Denominatorem, per Caput III. Deinde operatio fiet secundum Num. 1. hujus Capitis.

3. Si Numeris integris adhæreant Fractio-
nes, v. g. $5\frac{3}{7}$, $4\frac{2}{7}$, prius addendi sunt numeri
integri, 5 & 4 sunt 9: deinde Numeratores
Fractionum, 3 & 4 sunt 7. Tota Additio
igitur erit $9\frac{5}{7}$.

CAPUT VI.

De Subtractione Numerorum fra- ctorum.

I.

Si duæ Fractiones habeant eundem Deno-
minatorem, subtrahitur minor Numerator
à maiore, ut in istis: $\frac{5}{7}$, $\frac{8}{7}$: subtrahe 5 ab 8,
remanent $\frac{3}{7}$.

2. Si non habeant eundem Denominato-
rem, ad communem reducendæ sunt per Cap.
III, & operatio fit ut ante.

3. Sit Fractio subtrahenda ex Numero in-
tegro: v. g. $\frac{6}{8}$ à 5: Assume unitatem ex In-
tegro, & frange, sive multiplica per Denomi-
natorem 8, fient $\frac{8}{8}$: deinde subtrahe Nume-
ratorem 6 à Numeratore 8, manent 2: igi-
tur factâ Subtractione remanent $4\frac{2}{8}$.

4. Si ab integro Numero subtrahendus est
integer Numerus, cui adhuc adjuncta est Fra-
ctio, v. g. $5\frac{3}{7}$ ab 8, frange unitatem ex 8,
quæ dat $\frac{7}{7}$, & 7 Integra relinquit; deinde
subtrahe Numerum integrum ab Integro,
hoc

De Subtractione Numerorum fractionum. §7

hoc est 5 à 7, remanent 2. Deinde etiam Fractionem à Fractione, hoc est, $\frac{2}{7}$ à $\frac{7}{7}$, remanent $\frac{4}{7}$. Totum ergò Residuum erit $2\frac{4}{7}$.

5. Si sint duo Numeri integri, quorum utrique annexa est Fractio, Fractio autem ejus, qui subtrahendus est, sit major, quàm fractio ejus, à quo subtrahendus est, v. g. si subtrahendi sint $4\frac{6}{5}$ ab $8\frac{2}{5}$, reducenda est priùs unitas ex 7 ad Denominatorem 5, fientque $\frac{5}{5}$, adeoque erunt cum $\frac{2}{5}$ additis $\frac{7}{5}$, stabitque Exemplum $7\frac{7}{5}$: subtrahe quatuor Integra à 7 Integris, remanent 3, & postea $\frac{6}{5}$ à $\frac{7}{5}$, remanet $\frac{1}{5}$: totum denique Residuum erit $3\frac{1}{5}$.

6. Si una fractio à pluribus fractionibus, vel plures fractiones ab una subtrahendæ sint, plures fractiones priùs ex præcedentibus Capitibus in unam Summam colligendæ sunt, ut subtractio fieri possit modo in hoc Capite assignato.

CAPUT VII.

De Multiplicatione Numerorum fractionum.

1.

Quando fractio multiplicanda est per fractionem, duc Numeratorem in Numeratorem, & Denominatorem in Denominatorem,

torem; fractio proveniens est Productum. v. g. $\frac{2}{4} \frac{5}{7}$ in se ducuntur hoc modo: bis 5 sunt 10, quater 7 sunt 28, Productum igitur est $\frac{10}{28}$.

2. Si Fractus per Integrum, aut Integer per Fractum est multiplicandus, Integro supponitur unitas, ut fiat quasi fractio. v. g. Sint multiplicanda 6 per $\frac{4}{8}$, ponitur $\frac{6}{1} \frac{4}{8}$, deinde ducuntur tam Numeratores, quàm Denominatores in se, scilicet, 6 in 4 producit 24. & 1 in 8 producit 8: unde provenit fractio $\frac{24}{8}$, quæ æquivalet numero 3, nam $\frac{8}{8}$ faciunt unitatem integram, ergò ter $\frac{8}{8}$, sive $\frac{24}{8}$ faciunt tres unitates integras, sive 3.

3. Si numero integro adhæret fractio per quam simul cum numero integro, numerus integer multiplicandus est, totus Integer fractioni adhærens ad fractionem ejusdem denominationis reducendus est, deinde operandum, ut dictum est numero præcedenti. v. g. sint multiplicanda 6 per $3\frac{4}{5}$: Numerus 3 facit $1\frac{5}{5}$, cui, si $\frac{4}{5}$ addas, habebis $1\frac{9}{5}$. Deinde ponis 1 sub 6, ut fiat fractio $\frac{6}{1}$, quæ multiplicata per $1\frac{9}{5}$, parit Productum $11\frac{4}{5}$, quæ æquivalet huic $22\frac{4}{5}$.

4. Ne autem mirum videatur, quòd in Multiplicatione Fractionum Productum sit minus, quàm Numerus multiplicandus & multiplicans, explicandum est, quâ ratione id fiat. v. g. si multiplicas $\frac{3}{4}$ per $\frac{4}{5}$, producis fractionem

fractionem $\frac{12}{20}$, quæ æquivalet huic $\frac{3}{5}$, quæ fractio minor est, quàm $\frac{4}{5}$: Ratio est, quia multiplicatio non fit in ratione Numeri, sed in ratione Fractionis, quo major enim fit Denominator, eo magis decrescit valor, cùm igitur Denominator per multiplicationem necessario crescere debeat, necessario quoque valor fractionis debet decrescere.

Est hic communis modus multiplicandi numeros fractos, sed quis ejus usus sit, vix apparet, ad quid enim multiplicatio, si productum fiat minus ipso multiplicando, cùm Multiplicationis frequenter alius non sit usus, quàm, ut numerus augeatur pro facienda inter plures divisione, ut si v. g. 9 flor. inter 27 dividendi sint, multiplicantur novem per 15, scilicet Bazios, inde resultat Productum 135 Bazii, qui divisi per 27, pro Quotiente habent 5, itaque singuli ex 27 accipiunt 5 Bazios, sive $\frac{1}{3}$ unius Floreni.

CAPUT VIII.

De Divisione Numerorum fractorum.

I.

Si Fractio dividenda est per Fractionem, inverte Divisorem, ut ejus Numerator fiat Denominator, deinde Operatio instituitur, ut dictum est de Multiplicatione. v. g. Divi-
den-

dendæ sunt $\frac{6}{8}$ per $\frac{3}{4}$, ponis Divisorem inverso modo sic, $\frac{4}{3}$; deinde ducis Numeratores & Denominatores in se invicem, hoc 4 in 6 & 3 in 8, Productum $\frac{24}{24}$, erit Quotiens.

2. Si Numerus integer Dividendus est per Fractionem &c. omnia peraguntur ut in Multiplicatione inverso solum Divisore.

3. Cum autem & hîc Quotiens fiat major tam Dividendo quàm Divisore, Divisio hæc, quæ tamen communiter tradi solet, magno usui esse non potest, unde potius hîc brevitet posita fuit, ut ordo servaretur. Aliam autem mox ponam, quæ utilior erit.

4. Sint itaque dividenda $\frac{7}{8}$ per $\frac{3}{4}$, quod, ut clariùs intelligas: suppono plaustrum vini continere mensuras 800; & tale plaustrum singulis annis donari alicui urbi, quæ divisa est in quatuor partes, sive Quadrantes, ita ut una pars accipiat tantum $\frac{1}{8}$, pro reliquis $\frac{3}{4}$ urbis restant dividendæ $\frac{7}{8}$. Prima igitur pars accipit 100 mensuras, sive $\frac{1}{8}$. Cum igitur $\frac{7}{8}$ restent dividendæ in $\frac{3}{4}$, divide Numeratorem primæ Fractionis 7 per Numeratorem secundæ Fractionis 3, Quotiens erit $2\frac{1}{3}$; accipiet ergò quævis pars urbis $\frac{2}{8}$ & $\frac{1}{3}8$, sive duas octavas & unam tertiam octavæ, $\frac{1}{8}$ vero facit 100 mensuras, ergò $\frac{2}{8}$ faciunt 200 mensuras; cum autem una octava superfit, scilicet 100, debet hæc $\frac{1}{8}$ dividi per 3, & cuivis parti respondebunt $33\frac{1}{3}$ mensuræ Unde ex septem

septem octavis $\frac{7}{8}$ in tres partes divisus provenient cuivis parti mensura $233 \frac{1}{3}$. Mensura ducenta triginta tres, & adhuc tertia pars unius mensura.

5. Commodius adhuc præstare poteris, si statim tam in moneta, quam pondere, ac mensuris statuas quasi numerum integrum in minoribus terminis. Ut in posito Exemplo $\frac{7}{8}$ valent 700 mensuras, quæ cum in tres partes dividendæ sint, divide 700 per 3, divisione ordinariâ, quod si feceris, idem Quotiens erit ut ante $233 \frac{1}{3}$.

CAPUT IX.

Praxes quædam in Numeris diversarum Specierum ex præcedentibus applicandæ.

Numeri diversarum Specierum vocantur, qui quidem in se fractiones sunt, tamen ut Integri considerantur, sive qui absolutè in se Integri sunt, respectivè tamen ad alios sunt fractiones. Quod plurimùm accidit in Moneta, Pondere & Mensurâ. v. g. Ohma Vini, in se integritatem habet, respectivè tamen ad Plaustrum Vini hîc Heidelbergæ est $\frac{1}{10}$. Continet autem Mensuras 48, hinc Mensura respectu Ohmæ est fractio, scilicet $\frac{1}{48}$, respectu

autem Quadrantium iterum est Numerus integer, quorum 4 continet. Eodem modo Florenus respectu Ducati est quarta pars, totus autem respectu trium Capitellorum, & Capitellum est totum, respectu 5 Baziorum, & Bazius respectu 4 Crucigerorum, & Cruciger respectu 4 Nummorum, & Nummus respectu 4 Obolorum.

PRAXIS PRIMA.

De Additione Numerorum diversæ Speciei.

1. Sit Oeconomus, qui diversis vicibus à suo Domino accepit 245 Flor. 2 Capit. 1 Baz. 3 Crucig. 2 Nummos. Alterâ vice 133 Flor. 1. Capit. 4 Baz. 2 Crucig. 3 Numm. Tertiâ vice 305 Flor. 2 Cap. 3 Baz. 1 Crucig. 1 Numm. quæritur, quomodo hæc omnia in unam Summam colligi, sive ad se invicem addi debeant.

2. Colloca Numeros ejusdem Speciei supra se invicem, ut in Additione ordinariè fieri solet, & hîc vides:

Floren.	Capit.	Baz.	Crucig.	Nummi.
245	2	1	3	2
133	1	4	2	3
305	2	3	1	1
685	5	4	3	2
				Inci-

De Additione Numeror. diverse Speciei. 63

Incipe nunc à minima specie, scilicet à Nummis, & adde, invenies nummos 6 : 4 nummi faciunt unum Crucigerum, remanent 2 Nummi : scribes ergò 2 sub hac serie. Secundo addis alteram Speciem, scilicet Crucigeros, iterum faciunt 6 Crucigeros, quibus addendus est 1 Crucig. ex Nummis conflatus, fiunt 7 Crucig., 4 Crucig. faciunt 1 Baz., remanent 3 Crucig. : scribe ergò 3 sub ista serie. Tertiò adde tertiam Seriem Baziorum. invenies 8, si addatur 1 Baz. ex Crucig. collectus sunt 9 Bazii, 5 Bazii faciunt Capit., remanent ex 9 quatuor : scribes ergò 4 sub hac serie. Quarto adde quartam Seriem Capit. invenies 5, quibus si addas Capit. ex Baziiis resultans, erunt 6 Capit., quæ faciunt duos Florenos, & nihil remanet : scribes itaque sub hac Serie Zyphram 0. Denique 2 Flor. ex Capitellis conflatos addis ad Seriem Floren. Additione modo ordinatio facta, & erit totus Numerus

685 Flor. 0 Cap. 4 Baz. 3 Crucig. 2 Num.

PRAXIS SECVNDA.

De Subtractione Numerorum diverse Speciei.

1. Sit Oeconomus, qui à Domino accepit
2508 Flor. 2 Cap. 3 Baz. 2 Crucig. 1 Num.
Expo.

64 *Part. II. Cap. IX. Praxis II. De Subtract.*

Exposuit autem 1625 Flor. 2 Capit. 4 Baz. 3 Crucig. 3 Numm. sic ponitur, ut iterum singulæ Species Numerorum sibi correspondeant:

Flor.	Capit.	Baz.	Crucig.	Nummi.
2 5 0 8	2	3	2	1
1 6 2 5	2	4	3	3
8 8 2	2	3	2	2

2. Incipe à Serie minimi Valoris, cùm autem tres Nummos ab 1 subtrahere non possis, ex præcedente accipe 1 Crucig. qui cùm 1 facit 5 Numm., dicis, 3 à 5 subtracta relinquunt 2.

3. Progredere ad alteram Seriem Cruciger. ubi iterum 3 ab 1 subtrahendi sunt, (unus enim Cruciger jam ablatus est) accipe igitur ex Baziis 1, qui cum relicta unitate facit 5 Crucig., 3 à 5 relinquunt 2.

4. Tertia Series est Baziorum, ubi 4 à 2 subtrahi non possunt. (unus enim Bazius sublatus est ex 3) accipe igitur unum ex Capitellis in quarta Serie, quod cùm constet 5 Baziis, cum 2 facit 7, 4 itaque à 7 relinquunt 3.

5. In quarta Serie Capitell. subtrahenda sunt 2 ab 1, quod cùm fieri non possit, accipe ex quinta Serie Floren. 1, qui facit 3 Capitell., quæ addita 1 faciunt 4. Igitur 2 à 4 relinquunt 2.

6. De-

6. Denique ordinariâ Subtractione in Florenis factâ, Residuum erit, ut vides in exemplo, scilicet

882 Flor. 2 Cap. 3 Baz. 2 Cruc. 2 Num.

PRAXIS TERTIA.

De Multiplicatione Numerorum diversæ Speciei.

I.

Sit Oeconomus, qui exigere debet stables redditus Domini sui pro singulis mensibus, 253 Flor. 1 Cap. 4 Baz. 3 Crucig. 2 Numm. quæritur, qualis sit Summa pro toto anno, sive 12 mensibus? Debent ergo omnes Series multiplicari per 12.

Flor.	Cap.	Baz.	Crucig.	Numi.
253	1	4	3	2
12	12	12	12	12
506	12	48	36	24
253				
3036				

2. Hæc omnia in unam Summam ita colliguntur. Primò ex Nummis fac Crucigeros: invenies 6, & remanet nihil. Secundò adde 6 Crucig. ad 36, erunt 42, hos redige ad Baz. in.

invenies 10, & remanent 2 Crucig. Tertiò, 10 Baz. adde ad 48, fient Baz. 58: Ex his fac Cap. invenies 11, & remanent 3 Bazii. Quartò, 11 Cap. adde ad 12, fient 23. Ex his si Florenos facias, invenies 7, remanentibus 2 Capitell. Denique 7 Floren. adde ad primam Summam, quæ erit

Flor.	Cap.	Baz.	Cruc.	Num.
3043	2	3	2	0.

Et hæc est Summa totius anni, quam Oeconomus collegit.

PRAXIS QUARTA.

De Divisione Numerorum diversæ Speciei.

1.

Sint dividendi Flor. 3435, Cap. 2. Baz. 3. Cruc. 2. Numm. 3. in 8 partes æquales. Incipe à Serie maximi valoris, scilicet Flor. Divisione ordinariâ factâ per 8, pro Quotiente invenies 429, cum Residuo 3 Flor. Postea ex his 3 Flor. fac Capit. 9, quæ addita ad 2 faciunt 11. Divide iterum 11 per 8, Quotiens erit 1, cum Resid. 3.

2. Ex tribus Capitellis residuis fac Baz., provenient 15, qui additi ad 3 faciunt 18.
Di-

Divide nunc 18 per 8, Quotiens erit 2, cum Residuo 2. Deinde ex 2 Baz. residuis fac Crucig., convenient 8, qui additi ad 2 faciunt 10, quos si divides per 8, Quotiens erit 1, cum Residuo 2. Denique ex 2 Crucigeris fac Nummos 8, si hos 3 Nummis addas, erunt 11. Divide 11 per 8, Quotiens erit 1, cum Residuo 3 Numm., qui cum amplius per 8 dividi non possint, scribe fractionem $\frac{3}{8}$.

Si igitur essent 8 hæredes, in quos prædicta Summa dividenda, acciperet quivis

Flor.	Capit.	Baz.	Cruc.	Num.
-------	--------	------	-------	------

4 2 9	1	2	1	$1\frac{3}{8}$
-------	---	---	---	----------------

Vides hæc Multiplicationis & Divisionis ordinem planè inversum esse.

Praxes hæc positæ in Moneta, facile omnibus aliis Speciebus Ponderum, Mensurarum & suo tempore etiam Calculo Geometrico, & Astronomico accommodari poterunt.





PARS TERTIA.

ARITHMETICA REGULARVM PRACTICARVM.

Quamvis quinque Species Numero-
rum integrorum, & fractorum per se
sufficiant ad omnem calculum perfi-
ciendum, quia tamen earundem applicatio
difficilior est. Regulæ quædam ponuntur, quæ
operationes reddant faciliores. De quibus
nunc secundum ordinem est agendum.

CAPUT I.

Regula Proportionum sive Trium.

I.

Regula Proportionum, quæ & Regula Tri-
um, & Regula Aurea appellatur, est
modus seu praxis inveniendi ex tribus nu-
meris cognitis, quartum incognitum, qui
can-

eandem proportionem habeat ad numerum tertium, qualem habet secundus ad primum. v. g. 3 modii frumenti constant 7 flor., 35 modii quot Florenis constant? Hic quartus numerus Florenorum inveniendus est, qui habeat proportionem ad 5, qualem habet 7 ad 3. Hinc vocatur etiam Regula Trium, quia tres numeri necessario debent esse cogniti, & Regula Aurea, quia ejus usus tam pretiosus est, ut reliquarum Regularum sine hac vix usus aliquis esse possit.

2. Hæc Regula duplex est. Simplex & Composita, quarum utraque iterum duplex est, Directa & Inversa. Cujus naturam & praxin nunc explicabimus.

*Regula Proportionum Simplex
Directa.*

1.

Regula Proportionum Directa est illa, in qua se numerus quartus ita habere debet ad tertium, sicut secundus ad primum, ut in Exemplo supra posito videri potest, ubi numerus incognitus se debet habere ad 35, sicut 7 ad 3.

2. Numerus, qui quæstionem annexam habet, semper poni debet tertio loco, ut in Exemplo posito est numerus 35, scilicet, 35 Modii quot Florenis constant?

E 3

3. Pri-

3. Primo loco debet poni numerus, qui cum tertio est homogeneus, hoc est, qui circa eandem materiam versatur. Sic in posito Exemplo 3 Modii sunt Numerus homogeneus, cum tertio 35 Modii. Et secundo loco ponitur numerus ille, qui cum quarto incognito homogeneus esse debet. Scilicet 7 Flor. cum numero Flor. inveniend. Itaque Exemplum ponitur:

Modii	Flor.	Modii
3	7	35

4. Pro inveniend. Numero quarto sic operare. Multiplica numerum tertium per secundum, hoc est, 35 per 7, Productum erit 245. Deinde hoc Productum divide per numerum primo loco positum, hoc est, 3. Invenies Quotientem, $81\frac{2}{3}$. Et hic Quotiens est Numerus quartus quaesitus. Ergo, si tres Modii constant 7 Floren., 35 Modii constant Flor. $81\frac{2}{3}$. In alio Exemplo: 38 Ulnæ panni sufficiunt pro 6 vestibus, 19 Ulnæ pro quot vestibus sufficient?

Ulnæ	Vestes	Ulnæ
38	6	19

Multiplica 19 per 6, Productum 114 divide per 38, Quotiens 3 dat numerum quaesitum. Rationem hujus operationis vides in hoc ipso Exemplo: Cum 38 sufficiant pro 6, & 19 sint dimidium ex 38, necessario pro 3 sufficere debent,

s. Si

5. Si alicui ex Numeris integris adhæreat fractio, v. g. $38\frac{1}{2}$, totus numerus ad illam fractionem reduci debet, & deinde fieri operatio modo dicto. In Exemplo:

Ulnæ $38\frac{1}{2}$ constant Floren. 145,
quot florenis constant 5 Ulnæ $\frac{1}{4}$?

Multiplica per Denominatorem 2 Numerum 38, Productum erit 76, quibus si 1 ex fractione addas, tiunt 77. Iterum multiplica per alterum Denominatorem 4 Numerum 5, Productum erit 20, & cum adjecta unitate 21. Stabit Exemplum:

Ulnæ mediæ. Floren. Ulnæ quadrantes.

77

145

21

Cum autem Ulnæ mediæ & Ulnæ quadrantes sint Numeri homogenei, debent esse ejusdem rationis, hoc est, Ulnæ dimidiæ debent resolvi in Quadrantes, multiplica ergo 77 per 2, Productum 154 erit terminus ejusdem rationis. Bene itaque Exemplum sic ponetur:

Quadr. Uln.

Flor.

Uln quadr.

154

145

21

Multiplica 145 per 21, Productum 3045 divide per 154. Quotiens five Numerus quartus quæsitus erit $19\frac{119}{145}$ si ergo $38\frac{1}{2}$ Ulnæ constat 145 Flor: ergo $5\frac{1}{4}$ Ulnæ constabit Flor. $19\frac{119}{145}$.

6. Si in posito Exemplo etiam alteri num. Flor. adhæret fractio, v. g. Flor. $145\frac{1}{2}$ totus

E 4

nume-

numerus ad dimidios Florenos reduci deberet, factâ autem operatione ad Integros Quotiens reducendus est, quod semper observandum in numero secundo posito, nam in primo & tertio non est opus, cùm idem sit v.g. 20 Quadrantes Ulnæ, ac 5 Ulnæ.

7. Sæpiùs accidere potest, ut ex numero secundo in tertium ducto proveniat minor numerus, quàm sit primus, ita ut per primum dividi non possit. v.g. 20 Ulnæ constant 5 Flor., 3 Ulnæ quot constant? Si enim 5 per 3 multiplices, proveniunt 15, quæ per numerum primum 20 dividi non possunt. Facienda igitur fractio $\frac{15}{20}$, quæ ad minimos terminos reducta est $\frac{3}{4}$, hoc est: si 20 constant 5 flor., 3 Ulnæ constabunt tribus Quadrantibus floreni. Ubi iterum clarè videre potes rationem Operationis. Cùm enim 5 flor. faciant $2\frac{0}{4}$, singulis Ulnis correspondet unus Quadrans flor. ergò 3. Ulnis correspondent $\frac{3}{4}$. Hinc per usum facilè discere poteris, ut finè operatione Numerum quartum cognoscas.

8. Quando Numeris integris adhærent meræ Zyphræ, quod in Regula Societatis (de quâ Cap. seq.) frequenter accidit, per Compendium sic operaberis. v.g. 2000 fossores per unum diem faciunt fossam 500 ped. 300 fossores quantam fossam facient. Ponitur Exemplum:

2000.

2000.

500.

300.

Si multiplices secundum per tertium, proveniunt 150000, qui numerus dividi debet per 2000: abjice nunc Zyphras omnes in Divisore 2000, remanent 2; totidem Zyphras abjice ex Dividendo 150000, remanent 150; hæc divide per 2; Quotiens erit 75 Numerus quartus quæsitus. Igitur si 2000 faciunt 500, 300 facient 75. Ut autem videas Operationem esse perfectam, invertite Exemplum, & dic: 300 fossores faciunt fossam ped. 75, quantam facient 2000? Operatione factâ invenies 500, qui modus probandi in omnibus Exemplis usui esse potest. Totam Regulam hanc brevis hic Versus comprehendit:

Duc ternum in medium, productum divide primo.

Regula Proportionum Simplex Inversa.

I.

Regula hæc Inversa dicitur, quòd vel invertendi sint Numeri, ut primus ponatur tertio loco, vel invertendus modus Operationis, ut primus multiplicetur per secundum, & Productum dividatur per tertium, quod perinde est, quoad operationem autem ipsam nihil differt à priore. Difficulter

E 5

au-

autem cognoscitur, an Operatio inverso modo institui debeat.

2. Pro fundamento ponendum est. In Regula Directa, si primus numerus est minor tertio, vel quod idem est, tertius major primo; necessario numerus quartus incognitus debet fieri major secundo. Ut si 5 Ulnæ constant Flor. 15, necessario 30 Ulnæ debent constare pluribus quàm 15 Flor., id est 90. Deinde, si primus numerus est major tertio, quartus debet esse minor tertio. Ut si 30 Ulnæ constant Flor. 90, quinque Ulnæ debent constare paucioribus, scilicet 15. Et hoc est evidens signum Regulae Proportionum Directæ.

3. In Regula Inversa contrarium accidit. Si numerus primus est major tertio, quartus est major secundo; & si numerus tertius est major primo, quartus quærendus est minor secundo. 9 Ulnæ panni, cujus latitudo est 8 Ulnarum, sufficiunt pro veste; quot ergò Ulnæ requiruntur, si latitudo sit 2 Ulnarum. Ubi sic ponendum est: 3 Ulnæ latitud. dant 9, quot dabunt 2? Ibi vides, numerum tertium esse minorem primò, & tamen certum est, quòd quartus debeat esse major secundo, nam plures Ulnæ panni requiruntur, quando latitudo panni est tantùm duarum Ulnarum, quàm, quando est trium. Si numerus tertius est major primo, numerus quartus est minor sec-

secundo, nam si sufficiunt in latitudine biulnari $1\frac{1}{2}$ uln., in latitudine triulnari non tot ulnæ requirentur. Et tamen, si ponam, latitudo 2 Uln. dat $1\frac{1}{2}$, quot Ulnas requirit latitudo 3 Ulnarum, numerus tertius est maior primo. Ubi hoc apparet, sicut cuivis facile apparere potest, signum manifestum est, per Regulam Inversam operandum esse.

4. Operatio instituitur sicut in Directa, nisi quod, ut jam dictum est, numerus primus multiplicetur per secundum, & dividatur per tertium. Ut in Exemplo posito:

Latitud. 3 Uln. 9 Uln. Latit. 2. quot Uln.
Multiplica 3 per 9, fiunt 27. hæc 27 divide per 2, Quotiens erit $1\frac{1}{2}$.

In alio Exemplo. 20 Murarii conficiunt murum diebus 4. 30 Murarii quot diebus conficient? Ubi iterum statim apparet, diebus paucioribus; Ergò per Regulam Inversam:

20 4 30.

Multiplica 20 per 4, Productum erit 80: hoc divide per 30: Quotiens erit $2\frac{20}{30}$, sive $\frac{2}{3}$: duæ autem Tertiæ faciunt 16 horas, quia hic sumitur dies pro 24 horis.

Pone iterum. Si Modius frumenti constet Flor. 6, venduntur pro 2 Crucig. 10 Unciæ, quot Unciæ pro 2 Crucig. vendi debent, si Modius constet 4. Flor.? Pone Exempl.

6 Flor. dant Unc. 10. quot dabunt Flor. 4?
Multiplica 10 per 6, Productum 60 divide
per

per 4, invenies 15. Hic licet numerus tertius sit minor primo, quartus tamen est major secundo, quia plures Unciæ panis dari possunt ex Modio 4 Flor. empto, quàm ex Modio empto 6 Flor.

Hæc Regula iterum comprehenditur Versu sequenti :

Duc primum in medium, Productum divide terno.

Regula Proportionum Composita Directa.

I.

Hæc Regula dicitur Composita, quia præter tres Numeros principales, habet adhuc adjunctos alios numeros minus principales, qui Tempus, Lucrum, Damnum vel aliquid ejusmodi significant, & hinc termini minus principales prius cum principalibus conjungi debent, antequam Operatio institui possit. e. g. Regula Simplex Directa est: 4 Mercatores lucrantur 2. annis Aureos 556, 9 Mercatores quot Aureos lucrantur 2 annis? Cum enim tempus æquale sit, non addit novum terminum, ècontra si dicam, 4 Mercatores lucrantur 2 annis Aureos 556, 9 Mercatores in eadem sorte constituti, quot lucrantur Aureos septem annis, jam est Regula composita, quia tempus diversum afficit

Nume.

Numeros principales. 4 & 9, sunt Termini principales, duo & septem anni sunt Termini minùs principales.

2. Operatio sic instituitur: Multiplica primò Terminos magis principales per minùs principales, hoc est, in Exemplo posito, 4 per 2, Productum erit 8: deinde 9 per 7, erit Productum 63: his positis operare per Regulam Simplicem: 8 lucrantur Aureos 556, quot lucrantur 63? factâ operatione invenies $4378\frac{4}{8}$

Alterum Exemplum. 3 Mercatores lucrantur 36 Florenis 83 Florenos, 9 Mercatores quantum lucrantur Florenis 64?

Multiplica primò 36 per 3, Productum est 108. Deinde multiplica 64 per 9, Productum est 576. Ponitur Exempl.

108

83

576.

factâ Operatione proveniet Numerus quartus $442\frac{2}{108}$ sive $\frac{2}{3}$.

3. Si plures Termini minùs principales adhæreant Terminis principalibus, ut in hoc Exemplo: 3 Mercatores Florenis 36 duobus annis lucrantur Florenos 83. Mercatores 9, Florenis 74, annis 7 quot Florenos lucrabuntur?

Merc. Flor. Ann. Flor. Merc. Flor. Ann.

3. 36. 2. 83. 9. 64. 7.

Multiplica primò 3 Merc. per 36 Floren., Productum erit 108, hoc Productum iterum multi.

multiplica per 2 ann. Secundum Productum erit 216, & hic est primus Terminus. Secundo multiplica 9 Merc. per 64 Floren., erit Productum 576, hoc iterum multiplica per 7 ann., erit secundum Productum 4032. Ponitur Exemplum:

216. 83. 4032.

Operatione per Regulam nunc Simplicem factâ provenit Numerus quartus, $1549\frac{72}{216}$ sive $\frac{1}{4}$.

4. Advertendum, quòd Numerus ille, cum quo quartus inveniendus est homogeneous, semper debeat poni in medio, qualis in prædictis exemplis est 83.

5. Cum autem non omnia Exempla ad Simplicem Regulam Trium reduci possint. Adhibendus est alius modus per duplicem operationem, qui facilius etiam in Regula Composita Inversa deinde adhiberi poterit. Hunc primò in Exemplo suprâ posito declaro. 3 Mercatores 36 Florenis lucrantur Florenos 83, Mercatores 9 Florenis 64 quot lucrantur? Pone primò in medio Terminum, cujus homogeneous quæritur, scilicet Flor. 83; deinde assume duos alios terminos homogeneos, scilicet 3 Mercatores, & 9 Mercatores. Stabitque Exemplum:

Merc.	Flor.	Merc.
3.	83.	9.

Operare nunc per Regulam Simplicem, du-
cen-

cendo secundum in tertium, & Productum primo dividendo, Quotiens erit 249. Hic Quotiens ponitur in medio, & primo loco 36, & tertio loco 64.

florenis florenos florenis.

36.

249.

64.

Operare iterum per Regulam Simplicem, & pro Quotiente invenies $442\frac{24}{36}$ sive $\frac{2}{3}$.

Hic modus operandi potest esse examen modi præcedentis, & vicissim, si enim ultimus Numerus utrinque æqualis proveniat, certum est, Operationem benè factam esse.

6. Ponamus nunc Exemplum, quod ad tres Terminos notos reduci non potest. Aliquis in tribus mensibus 10 Florenis lucratus est Florenos 4. In quanto ergò tempore 100 florenis lucrabitur 1000 flor.? Hæc quæstio non potest redigi ad Simplicem Regulam Trium, propterea, quòd tempus in quo 100 floreni lucrari debent 2000 floren., ignotum sit, adeoque per 100 flor. multiplicari non potest, unde necessario per duplicem Operationem fieri debet, quæ sic instituitur:

10 flor. lucrantur 4 floren. 100 floren.
quot lucrantur?

invenies 40.

Deinde pone secundò: 40 flor. requirunt 3 menses, quot menses requirunt flor. 2000?

40.

3.

2000.

Operatione factâ invenies menses 150.

Regula

Regula Proportionum Composita Inversa.

I.

Hæc Regula non aliter differt à Composita Directâ, quàm Simplex Inversa à Simplici Directa. Et, uti jam monui commodius per duplicem operationem absolvitur, tum quia sic facilius cognoscitur Inversam esse, tum quia difficilius, ubi fieri potest, ad tres Terminos cognitos reducitur. Quod in Exemplis clariùs patebit.

2. Messores 10 intra dies 12 demetunt jugera 30, Messores 20 intra quot dies demetent jugera 40? Pone primò: 10 Messores requirunt dies 12, 20 Messores quot dies requirunt? Hic statim apparet, Regulam Inversam esse, cum tertius Terminus sit major primo, & tamen quartus debeat esse minor secundo, quia 20 Messores non requirunt tot dies, quot requirunt 10. Operatione factâ invenies 6 dies. Deinde in secunda Operatione pone. 30 jugera requirunt 6 dies, 40 jugera quot dies requirunt? Vides hinc iterum hanc operationem non debere fieri per Regulam Inversam, sed Directam, quia tertius Numerus major primo, debet etiam producere majorem secundo, quia 40 jugera plures dies requirunt, quàm 30. Invenies autem per Regulam Simplicem Directam dies 8.

3. Aliud

3. Aliud Exemplum. 10 Mercatores lu-
crantur 3 diebus 4 flor., quot diebus lucra-
buntur 100 Mercatores florenos 2000? Ter-
mini principales sunt 10 & 100 Mercatores,
& Terminus medius est, cujus homogeneus
quæritur, 3 dies; minùs principales sunt 4 flor.,
& 2000 flor., unde sic ponendum est:

Merc.	Flor.	Dieb.	Merc.	Flor.	quot die-
10.	4.	3.	100.	2000.	bus? hic
					numerus quæritur.

Assume primò duos terminos principales
cum Medio

Merc.	Dieb.	Merc.
10.	3.	100.

Vides Regulam Inversam; multiplica ergò
10 per 3, fient 30, 30 divide per 100, &
cùm Divisor major sit Dividendo, scribe $\frac{30}{100}$,
& fractione ad minimos terminos reductâ $\frac{3}{10}$.

Assume secundò Terminos minùs princi-
pales 4, & 2000, cum medio Terminò $\frac{3}{10}$;
inde sic ponetur Exemplum:

Flor.	Dieb.	Flor.	quot dies
4	$\frac{3}{10}$	2000.	requirunt?

Hic operatio iterum fieri debet per Regulam
Simplicem Directam. Ut per compendium
agas, dic, 4 dant 3, quot dabunt 2000? Ope-
ratione factâ invenies 1500. Sed quia non
fuerunt 3 integri dies, sed $\frac{3}{10}$, divide 1500
per 10, Quotiens 150 erit Numerus quæsi-
tus. Scilicet, si 10 Mercatores 4 floren. lu-

crantur diebus 3, 100 Mercatores lucrantur
2000 flor. diebus 150.

4. Nunc denique ostendendum, quomodo
ad tres Terminos quinque reduci possint. Sic
præcedens Exemplum:

Merc. Flor. Dieb. Merc. Flor. quot di-

10. 4. 3. 100. 2000. ebus?

Multiplica Numerum primum per tertium,
scilicet 10 per 3, fient 30; per hoc produ-
ctum multiplica Numerum quintum, 2000:
fient 60000. Deinde per Numerum secun-
dum 4 multiplica Numerum quartum 100:
fient 400. Denique per ultimum Productum
400 divide primum Productum 60000, &
Quotiens iterum erit 150.

CAPUT II.

Regula Societatis, sive Consortii.

I.

Hæc Regula dicitur Societatis, dum duo,
vel tres, aut plures certam Summam
conferunt in communi, ut lucrum deinde se-
cundum proportionem collatæ Summæ dividi
possit, aut cuiusvis quantitas damni assignari.
v. g. Petrus, Paulus, Joannes conferunt Sum-
mam 6000 floren. His emunt frumenta, &
ex iis venditis accipiunt 6588 flor. Petrus
contulit 2500, Paulus 2000, Joannes 1500:

Lu-

Lucrum est 588: quæritur, quantum singuli ex hoc lucro accipiant?

2. Hoc per Regulam Proportionis, sive Trium, hoc modo investigabis, pone primò totam Summam 6000, deinde totum lucrum 588, & tertio loco unam ex Summis collatis, Petri v. g. 2500. Erit Exemplum:

6000. 588. 2500.

Si per Regulam Trium opereris, invenies 245.
Secundò: pone tertio loco Summam Pauli 2000:

6000. 588. 2000.

Operatione factâ invenies pro ejus lucro 196.
Tertiò: pone tertio loco Summam Joannis, 1500, invenies pro ejus lucro 147.

3. Ut autem cognoscas Operationem benè factam esse, collige 3 Lucra partialia in unam Summam, si Summa totius Lucri proveniat, salva est. Sic, si addas 147, & 196, & 245, provenit Summa 588, quæ est Summa Lucri totius. Si fortè singulis Summis adhæreant fractiones ad integrum reduci debent, ut inde Summa totius Lucri constituatur, ut vides in Exemplo:

Tres conferunt Summam 153 flor., Primus dat 72, Secundus 45, Tertius 36, perdunt autem 25 flor., quæritur, quantum singulorum Damnum sit?

Pone 153 25 72, invenies Damnum primi, flor. $11\frac{117}{153}$.

Deinde pro secundo pone 1 5 3 2 5 4 5.
invenies hujus damnum flor. $7\frac{54}{153}$.

Denique pro tertio pone 1 5 3 2 5 3 6.
ejusdem damnum erit flor. $5\frac{135}{153}$.

Si jam addis Numeros integros, 11 7 5,
proveniunt 23 : si addis fractiones, $\frac{117}{153}$, $\frac{54}{153}$,
 $\frac{135}{153}$, proveniunt $\frac{306}{153}$, quas si ad integros re-
ducis, proveniunt 2, qui cum 23 faciunt 25,
quod Damnum fuit totius Summæ.

CAPUT III.

Regula Positionis, seu Falsi.

Regula Falsi dicitur, quia ponit Numerum
falsum, ex quo deinde verus Numerus
inveniatur. Est autem hæc Regula duplex,
Simplicis Positionis, & Duplicis Positionis.
Regula Simplicis Positionis, quando tantum
ponitur unus numerus, qui propositæ quæsti-
oni videtur satisfactorius, quamvis reipsâ non
satisfaciat. Regula Duplicis Positionis est,
quando ponuntur duo Numeri, quorum ta-
men neuter propositæ quæstioni satisfacit;
Sed exinde verus Numerus eruitur.

Regula Simplicis Positionis.

1. **P**onamus primò Numerum & Quæstio-
nem, ut Regula melius intelligi possit.
Tres emerunt Domum pretio 4992 floren.
Se-

Secundus solvit $\frac{1}{3}$ Primi, & Tertius solvit Quadruplum Primi, quæritur, quantum Primus & singuli ex reliquis duobus solverint?

2. Pone Numerum qualemcunque, qui Terminis positis correfpondeat, v. g. pro primo pone 12, cujus $\frac{1}{3}$ five 4 sunt pro fe- cundo, & cum tertius dederit quadruplum primi, qui dedit 12, ponendi sunt 48 flor.

3. Collige hos tres numeros in unam Sum- mam, fcilicet 12. 4. 48. faciunt fimul 64, hic est Numerus falſus, verum nunc ſic inda- gabis.

4. Divide Numerum datum 4992 per 64, Quotiens erit 78. Hunc Quotientem multi- plica per numerum primi, 12, Productum erit 936; deinde eundem Quotientem mul- tiplica per numerum ſecundi, 4, Productum erit 312. Denique etiam hunc Quotientem multiplica per numerum tertii, 48, Produ- ctum erit 3744: dedit ergò Primus 936 flor. Secundus 312, Tertius 3744: nam ſi has tres Summas in unam colligas, proveniet po- ſitus Numerus:

$$\begin{array}{r} 936 \\ 312 \\ 3744 \\ \hline 4992 \end{array}$$

5. Poſteſt Operatio etiam fieri per Regulam Trium. Pone ſuperius Exemplum: Ex falſa

F 3

poſi-

positione 64 proveniunt 12, quantum proveniet ex vera positione 4992? provenient 3744. Et sic age cum cæteris numeris 4 & 48, & videbis eosdem numeros provenire. Hæc Operatio potest esse pro examine prioris.

6. Duplex hic modus positus est, quia aliquando hic, aliquando alter est commodior. Primus melior est in iis, ubi agitur de Duplo, Triplo, & Partibus; secundus autem in iis, ubi certus Numerus est quærendus. Ut in sequenti Exemplo, quod, & similia per Regulam Trium fieri debent.

Quidam interrogatus de sua ætate respondit: Si ad annos meos addatur $\frac{1}{2}$ & subtrahatur iterum $\frac{1}{4}$, ero 99 annorum, quot ergo annorum fuit? Hic quærendus est Numerus ad quem, si addas $\frac{1}{2}$, & iterum subtrahas $\frac{1}{4}$, fiant 99. Pone itaque Numerum esse 40, cui si addas $\frac{1}{2}$, hoc est 20, fiunt 60, si ex 60 iterum subtrahas $\frac{1}{4}$, hoc est 15, manent 45: sed debent esse 99; dic ergo, ex 45 provenit 40, qualis proveniet ex 99?

45	40	99
----	----	----

Multiplica per Regulam Trium 99 per 40, & Productum erit 3960, quod si divides per 45, Quotiens erit 88. Et hic est numerus annorum. Nam si ad 88 annos addatur $\frac{1}{2}$, hoc est 44, erunt anni 132, à quibus si subtrahas $\frac{1}{4}$, id est 33, remanent 99.

Regu.

Regula Duplicis Positionis.

Hæc Regula solvit omnes Quæstiones, quas solvit Regula Positionis Simplicis, sed ista non vicissim, unde sæpius necessario Regula Positionis Duplicis adhiberi debet.

1. Famulus à Domino missus accepit certam Summam Pecuniæ. In itu consumpsit $\frac{1}{4}$, in reditu $\frac{1}{3}$, & reliquos habuit 30 floren., quæritur, quot Florenos à Domino acceperit? Hic Numerus quærendus est, à quo si auferas $\frac{1}{4}$ & $\frac{1}{3}$, remaneant 30.

2. Pone primò Numerum 12, à quo si subtrahas $\frac{1}{3}$, hoc est 4, & deinde $\frac{1}{4}$, hoc est 3, remanent 5; debebant autem remanere 30; ergò aberratum fuit 25 Unitatibus. Pone secundò numerum 24, à quo si subtrahas $\frac{1}{3}$, hoc est 8, & $\frac{1}{4}$, hoc est 6, remanent 10, ergò iterum aberratum est 20 Unitatibus.

$$\begin{array}{ccc} 12 & \times & 24 \\ 25 & & 20 \\ & 5 & \end{array}$$

Scribe nunc positos numeros 12 & 24 supra juxta crucem, & cujusque errorem, scilicet 25 & 20, infra juxta crucem, ut vides in Exemplo.

3. Subtrahe minorem errorem à majore errore, scilicet 20 à 25, remanent 5, quæ scribe infra crucem, pro Divisore.

F 4

4. Mul.

4. Multiplica duos Numeros per oppositos errores, hoc est, 12 per 20 & 24 per 25, proveniunt 240 & 600; subtrahe deinde minus Productum 240 à majori Producto 600, remanent 360.

5. Residuum 360 divide per Divisorem infra crucem positum 5, Quotiens 72 est Numerus quæsitus, nam si à numero 72 subtrahas $\frac{1}{3}$, hoc est 24, & $\frac{1}{4}$, hoc est 18, remanent 30. Ergò famulus ille accepit à suo Domino florenos 72. Et hoc Exemplum est per duplicem defectum. Ponamus idem per duplicem excessum, hoc est, ubi uterque error est major quàm numerus 30.

6. Pone pro primo numero 120, à quo si subtrahis $\frac{1}{3}$, id est 40, & $\frac{1}{4}$, id est 30, remanent 50, cùm deberent remanere 30. Aberratum ergo fuit 20 Unitatibus. Pone secundò numerum 240, à quo si subtrahas $\frac{1}{3}$, hoc est 80, & $\frac{1}{4}$, hoc est 60, remanent 100. Aberratum iterum fuit 70 Unitatibus. Igitur ponendum Exemplum

$$\begin{array}{r} 120 \\ 20 \\ \hline 50 \end{array} \begin{array}{c} \times \\ \\ \hline \end{array} \begin{array}{r} 240 \\ 70 \\ \hline \end{array}$$

Secundum superius dicta ut vides hìc positum. Subtrahe 20 à 70, Residuum 50 pone pro Divisore infra crucem; deinde multi-

multiplica 120 per 70, erit Productum 8400: iterum multiplica 240 per 20, erit Productum 4800: subtrahe Productum minus 4800, à majore 8400: remanent 3600: Residuum hoc 3600 divide per Divisorem 50, Quotiens iterum erit 72.

7. Modus operandi in duplici defectu, & in duplici excessu est idem. Ubi autem ex una positione est excessus, ex altera defectus paulò aliter operandum, ut in eodem Exemplo. Pone primò Numerum 24, à quo si subtrahas $\frac{1}{3}$, id est 8, & $\frac{1}{4}$, id est 6, remanent 10. Ergò erratum est à 30 Unitatibus 20 per defectum. Pone iterum 240, à quo Numero si subtrahas $\frac{1}{3}$ & $\frac{1}{4}$, remanent 100, Ergò erratum est per excessum à 30, Unitatibus 70. Scribe ergò Errores cum Numeris positis:

$$\begin{array}{r} 24 \quad 240 \\ 20 \quad 70 \\ \hline 90 \end{array}$$

Hic non est subtrahendus Error minor à majore, sed quia unus est per defectum, alter per excessum, invicem addendi sunt, scilicet 20 & 70, ut fiat Divisor 90. Multiplica 24 per 70, & 240 per 20, erunt Producta 1680 & 4800. Hic iterum minus Productum à majore non est subtrahendum, sed invicem adden-

addenda, ut fiat Numerus 6480, quem si divides per 90, Quotiens iterum erit 72.

8. Exemplum haecenus explicatum potest etiam fieri per Simplicem Positionem, sed non illud, quod sequitur. Tres sunt, qui habent summam pecuniae 34 flor. Secundus habet duplum primi, & insuper 3. Tertius habet tantum, quantum Primus & Secundus simul & praeterea adhuc 4, quaeritur, quantum Primus habeat? Ponamus; Primum habere 6. Tunc Secundus habebit 15. Duplum enim ex 6, & insuper 3, faciunt 15. Tunc Tertius habebit 25, nam 15 & 6 & insuper 4 faciunt 25. Hos numeros adde, scilicet 6. 15. 25., proveniet numerus 46, qui tamen deberet esse 34. Aberratum igitur est 12 Unitatibus. Pone secundo numerum 12. Secundus habebit 27, & Tertius 43, quos tres numeros, si addas, provenient 82, cum deberent esse 34. Aberratum ergo est iterum 48 Unitatibus. Exemplum nunc sic habet:

6		12
15		27
25		43
46	X	82
12	X	48
	36	

Sub-

Subtrahe nunc minorem Errorem ex majori, scilicet 12 ab 48, Residuum 36 erit Divisor. Multiplica deinde numerum 6 per 48, & numerum 12 per 12, & habebis Producta, 288, & 144. Subtrahe minus Productum à majori, Residuum erit 144, hoc Residuum divide per Divisorem 36, Quotiens erit 4. Et hic est Numerus, quem Primus habuit. Si enim primus habet 4, duplum cum 3 faciunt 11. Tertius autem habet, quantum Primus & Secundus, habet ergò 19 cum additis 4, quos præterea habet, 15 igitur & 19 faciunt 34.

Quæstiones difficillimæ per hanc Regulam solvendæ proponi possunt, difficultas autem in eo, quomodo Numeri ritè disponantur, quod si benè factum, in Operatione nulla difficultas supererit. Neque adeo necessaria est, cum potius sit curiositatis, quàm necessitatis.

CAPUT IV.

Regula Alligationis, seu Mixti.

I.

Vocatur Regula Alligationis, quòd res diversarum specierum ad unum pretium alligentur, & ita quasi inter se misceantur, unde

unde & Regula Mixti dicitur, uti videbis in Exemplo:

Quidam venit in hospitium, ubi venditur vinum diversæ speciei, scilicet mensura pro 24 Crucig., & alterius mensura pro 8 Crucig., ipse autem pro 18 Crucigeris vult habere mensuram vini mixti ex utrâque specie, quaritur, quantum ex singulis speciebus accipiat?

$$\begin{array}{r|l}
 24 & 10 \\
 18 & \\
 8 & 6 \\
 \hline
 & 16
 \end{array}$$

2. Pone primò in medio pretium medium 18 Crucig., deinde supra pretium majus, & infra pretium minus, vel ècontra, ut libuerit. Postea à latere pone Differentias, utriusque pretii à pretio medio, ita tamen, ut differentiam pretii minoris ponas è regione pretii majoris, & vicissim differentiam pretii majoris è regione pretii minoris. Ut vides in Exemplo. 18 est pretium medium, 24 summum, 8 infimum. Differentia ab 8 ad 18 est 10 & differentia 24 ab 18 est 6, has duas differentias collige in unam Summam, quæ est 16. Dic jam per Regulam Trium: 16 dat 1 mens. quid dat 10? inveni-

venies $\frac{10}{16}$, dic iterum, 16 dat 1 mens. quid dat 6? invenies $\frac{6}{16}$. accipit ergò ex Primo $\frac{10}{16}$ sive $\frac{5}{8}$, & ex Secundo $\frac{6}{16}$ sive $\frac{3}{8}$. Hæ fractiones autem simul faciunt $\frac{8}{8}$, sive integram mensuram.

3. In alio Exemplo, ubi plura miscibilia ponuntur, ita operandum est. Sint quatuor genera Vini. Primi Ohma constat 21 Baz. Secundi 27, Tertii 30, Quarti 40. Vult quis ex his miscere 300 Ohmas, ita ut singulæ Ohmæ constent 33 Baz. Quantum ergò ex quolibet accipiet? Hic necessario tria priora pretia cum quarto alliganda sunt ad medium pretium 33 Baz., cum illa tria sint minora:

	21		7	
	27		7	
33	30		7	
	40		12.	6.
			3.	
			42.	

Alligari hic nihil est aliud, quàm, ut differentia quarti tribus aliis apponatur, & differentia aliorum quarto. Ut vides in Exemplo. Differentia 40 à 33 est 7, deinde differentia 21 à 33 est 12, 27 est 6, 30 est 3: quæ differentia opponuntur 40: Summa autem omnium Differentiarum est 42.

Nunc

94 *Part. III. Cap. IV. De Reg. Alligationis.*

Nunc ponitur per Regulam Trium, ut in superiore Exemplo dictum:

42.	300	7	fiunt	Primi	50
		7		Secundi	50
		7		Tertii	50
		21		Quarti	150

42 dant 300, quot dabunt 7? invenies 50.
Item 42 300, quot 21? invenies 150, igitur ter 50 & 150 faciunt 300 Ohmas positas.

Hæc modo pro Principiis Arithmeticis sufficiant, donec ad eas Matheseos Species veniamus, quæ profundiorē & abstrusiorē Arithmeticæ operam requirant.



Arithmetica practica facili discentium usui accommodata & explicata

Heidelbergae 1726

Bamberg, Staatsbibliothek -- Lyc.o.57

urn:nbn:de:bvb:12-bsb11731739-1

VD18 12465240-001